УДК 62-83:621.77

к.т.н. Полилов Е.В.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

У статті наведено синтез робастної системи управління позиційного електропривода з H_∞-субоптимальним регулятором положення, що функціонує в умовах неповної інформації про об'єкт і з урахуванням його структурних невизначеностей.

***Ключові слова**: робастне керування, невизначеність, H_∞-норма, субоптимальний регулятор.*

В статье приведен синтез робастной системы управления позиционного электропривода с H_∞-субоптимальным регулятором положения, функционирующей в условиях неполной информации об объекте и с учетом его структурных неопределенностей.

***Ключевые слова**: робастное управление, неопределенность, H_∞-норма, субоптимальный регулятор.*

Введение. Современный период развития теории управления характеризуется постановкой и решением задач, учитывающих неточность знаний об объектах управления (ОУ) и действующих на них внешних возмущений. Задачи синтеза регулятора и оценивания состояния с учетом неопределенности в модели объекта и характеристиках входных воздействий являются одними из центральных в современной теории управления. Их важность обусловлена прежде всего тем, что практически в любой инженерной задаче конструирования системы управления присутствует неопределенность (или ошибка) в модели объекта (математическая модель объекта, полученная на основе теории или в результате идентификации, отличается от реальной технической системы) и в знании класса входных возмущении.

Основная и принципиально новая идея по синтезу робастного управления состоит в том, чтобы единственным регулятором обеспечить устойчивость замкнутой системы не только для номинального (без учета ошибок модели) объекта, но и для любого объекта, принадлежащего множеству «возмущенных» объектов, определяемых классом неопределенности [1-3].

Цель работы. Разработка робастной системы управления электромеханического объекта – позиционного электропривода (ЭП) функционирующего в условиях неполной информации о объекте и с учетом его неопределенностей методами H_∞-теории.

Материал и результаты исследования. В качестве объекта управления принят позиционный электропривод с приводным электродвигателем постоянного тока и управляемым транзисторным преобразователем для питания якорной цепи двигателя. При математическом описании объекта магнитный поток двигателя полагается постоянным, влияние реакции якоря и вихревых токов не учитывается (двигатель компенсирован). Эти допущения являются общепринятыми, позволяющими описать динамику системы линейными дифференциальными уравнениями 4-го порядка.

Структурная схема силовой части (ОУ) показана на рис. 1. Здесь двигатель постоянного тока представлен в виде последовательно включенных апериодического и интегрирующего звеньев, охваченных жесткой отрицательной обратной связью по противо-э.д.с машины. Звено перехода от окружной скорости электродвигателя к положению - интегратор с коэффициентом передачи $k_{\text{мех}}$.

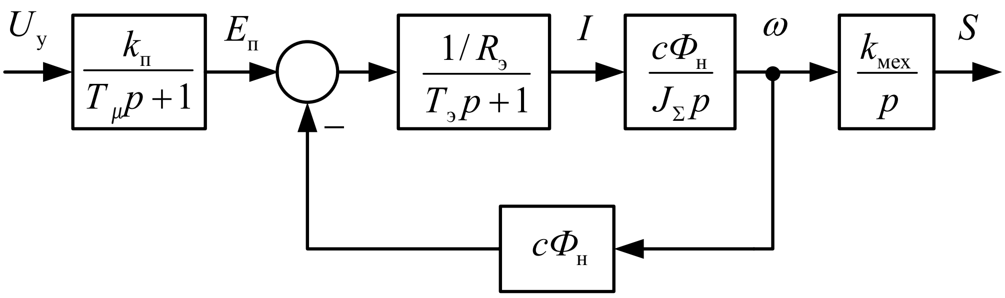


Рисунок 1 - Структурная схема ОУ позиционного электропривода

Из структурной схемы рис. 1 следует система уравнений, описывающая ОУ в форме Коши:

$$\begin{cases} pS = k_{\text{мех}}\omega; \\ p\omega = \dfrac{c\Phi_{\text{н}}}{J_\Sigma} I; \\ pI = -\dfrac{c\Phi_{\text{н}}}{R_{\text{э}}T_{\text{э}}}\omega - \dfrac{1}{T_{\text{э}}} I + \dfrac{1}{R_{\text{э}}T_{\text{э}}} E_{\text{п}}; \\ pE_{\text{п}} = -\dfrac{1}{T_\mu} E_{\text{п}} + \dfrac{k_{\text{п}}}{T_\mu} U_{\text{у}}, \end{cases} \tag{1}$$

где S - перемещение механизма, мм; ω - угловая скорость двигателя, рад/с; Φ - магнитный поток двигателя, Вб; I - ток якорной цепи, А; $E_{\text{п}}$ - э.д.с. управляемого преобразователя, В; $U_{\text{у}}$ - управляющее напряжение, В.

Считаем, что передаточный коэффициент $k_{\text{пq}}$ преобразователя изменяются в диапазоне $\pm10\%$, индуктивность и сопротивление якорной цепи изменяются в диапазоне ±20 и ±30% соответственно, а момент инерции, приведенный к валу двигателя – в диапазоне ±40% от номинальных значений. Описание вышеуказанных неопределенностей, которые либо точно не известны, либо изменяются в процессе работы электропривода, представленных как линейное дробное преобразование (ЛДП), определение динамики входов/выходов системы в матричном представлении с учетом неопределенностей как $\mathbf{G}(s)$ – матрица передаточных функции (МПФ), а также последовательность преобразования структурных схем ОУ с неопределенными параметрами, рассмотрены авторами в [4-5].

В H_∞-теории Дж. Дойлом и др. было доказано, что стандартная задача H_∞-управления (которая часто называется задачей минимизации энергии выхода) может быть решена с помощью двух алгебраических уравнений Риккати [3] и связана со следующей структурной схемой, изображенной на рис. 2.

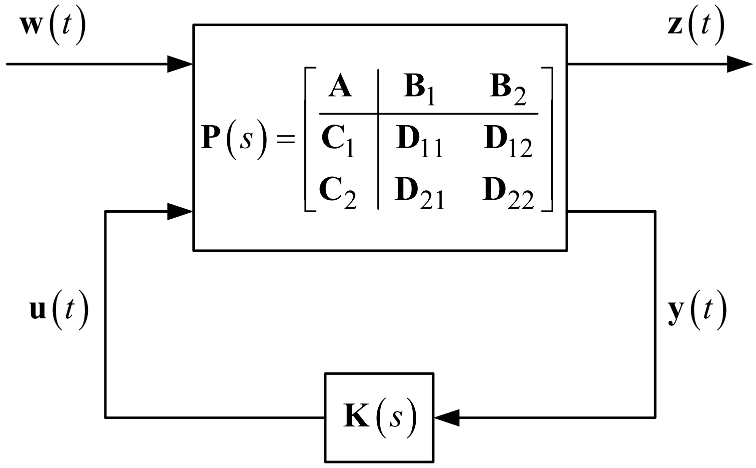


Рисунок 2 – Структурная схема синтезируемой системы (стандартная задача H_∞-управления)

На этой схеме вектор $\mathbf{w}(t)$ представляет собой вектор внешних воздействий (возмущающих и задающих); $\mathbf{y}(t)$ – вектор измеряемого выхода, используемый для улучшения качества работы САР (вектор, по которому замыкается через регулятор обратная связь); $\mathbf{u}(t)$ – вектор управляющих воздействий) и $\mathbf{z}(t)$ – вектор ошибки, используемый для контроля качества САР (вектор, который необходимо сделать минимальным в определенном смысле). Матрица передаточных функций $\mathbf{P}(s)$ представляет не только сам объект, которым надо управлять, но и весовые функции, которые включены для обеспечения желаемого качества. Такого рода объект $\mathbf{P}(s)$ называется обобщенным (см. рис. 3). На рис. 3 $\mathbf{G}(s)$ – МПФ объекта управления СМПМ; $\mathbf{K}(s)$ – робастный регулятор; $\mathbf{P}(s)$ – МПФ обобщенного объекта с учетом весовых функций; $\mathbf{W_S}(s), \mathbf{W_R}(s)$ и $\mathbf{W_T}(s)$ – весовые функции.

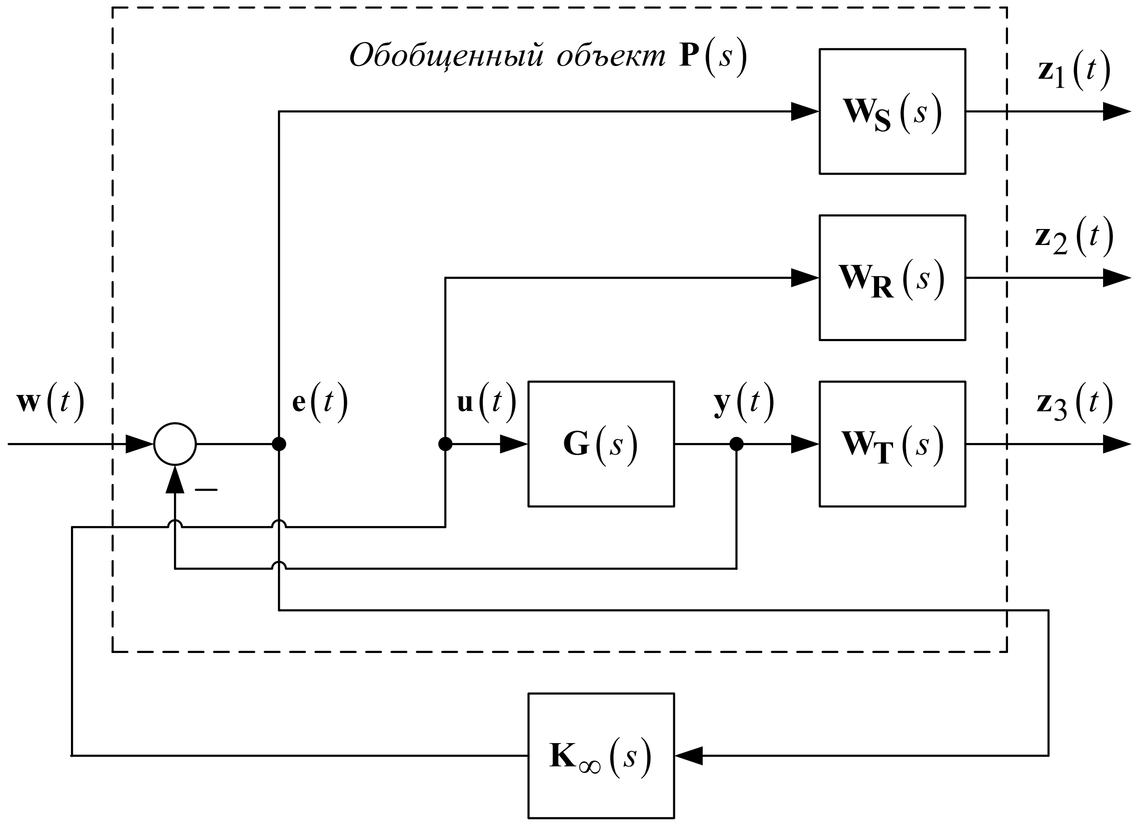


Рисунок 3 – Структурная схема обобщенного объекта $\mathbf{P}(s)$

Обобщенный объект $\mathbf{P}$ (см. рис. 2) имеет два входа ($\mathbf{w}$ и $\mathbf{u}$), два выхода ($\mathbf{z}$ и $\mathbf{y}$) и может быть разделен на четыре МПФ:

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \hline \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{array}\right], \tag{2}$$

где $\mathbf{P}_{\mathrm{ji}}$ отдельная МПФ от *i*-го входа до *j*-го выхода.

$\mathbf{F}_{\mathrm{L}}(\mathbf{P},\mathbf{K})$ – это МПФ замкнутой системы от входа возмущения $\mathbf{w}$ до выхода ошибки (контролируемая переменная) $\mathbf{z}$, $\mathbf{T}_{\mathbf{zw}}$, которая получена путем нижнего линейно-дробного преобразования (LLFT) [4]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}_{\mathbf{zw}}\mathbf{w} = \mathbf{F}_{\mathrm{L}}(\mathbf{P},\mathbf{K})\mathbf{w}, \tag{3}$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{zw}} = \mathbf{F}_{\mathrm{L}}(\mathbf{P},\mathbf{K}) = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}\left(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22}\mathbf{K}\right)^{-1}\mathbf{P}_{21}. \tag{4}$$

Запишем замкнутую МПФ $\mathbf{T}_{\mathbf{zw}} = \mathbf{F}_{\mathrm{L}}(\mathbf{P},\mathbf{K})$ и обобщенный объект в следующем виде (см. рис. 3):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(s) \\ \mathbf{z}_2(s) \\ \mathbf{z}_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W_S}(s)\mathbf{S}(s) \\ \mathbf{W_R}(s)\mathbf{R}(s) \\ \mathbf{W_T}(s)\mathbf{T}(s) \end{bmatrix}\mathbf{w}(s); \quad \mathbf{P}(s) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{W_S} & -\mathbf{W_S G} \\ 0 & \mathbf{W_R} \\ 0 & \mathbf{W_T G} \\ \hline \mathbf{I} & -\mathbf{G} \end{array}\right]. \tag{5}$$

Следовательно, задачей H_∞-оптимизации является выбор такого регулятора $\mathbf{K}_\infty$, который бы минимизировал бесконечную норму $\mathbf{T}_{\mathbf{zw}}$ или $\min\left\|\mathbf{T}_{\mathbf{zw}}\right\|_\infty$. Синтез робастного регулятора $\mathbf{K}_\infty$ сводится к определению такого динамического звена с постоянными коэффициентами входом которого является измеряемый вектор исходной системы $\mathbf{y}(t)$, а выходом – вектор управления $\mathbf{u}(t)$ исходной системы.

Регулятор описывается выражением:

$$\mathbf{K}_\infty(s) \overset{s}{=} \left[\begin{array}{c|c} \overline{\mathbf{A}}_\infty & -\mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty \\ \hline \mathbf{F}_\infty & 0 \end{array}\right], \tag{6}$$

где $\overline{\mathbf{A}}_\infty = \mathbf{A} + \gamma^{-2}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_\infty + \mathbf{B}_2\mathbf{F}_\infty + \mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty\mathbf{C}_2$

$\mathbf{F}_\infty = -\mathbf{B}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{X}_\infty$, $\mathbf{F}_\infty = -\mathbf{B}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{X}_\infty$, $\mathbf{Z}_\infty = \left(\mathbf{I} - \gamma^{-2}\mathbf{Y}_\infty\mathbf{X}_\infty\right)^{-1}$.

Модель H_∞-субоптимального регулятора задается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\overline{\mathbf{x}}} = \left(\mathbf{A} + \gamma^{-2}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_\infty + \mathbf{B}_2\mathbf{F}_\infty + \mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty\mathbf{C}_2\right)\overline{\mathbf{x}} - \mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty\mathbf{y}, \\ \mathbf{u} = \mathbf{F}_\infty\overline{\mathbf{x}}. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь первое уравнение – модель наблюдателя, а второе – модель регулятора, $\bar{\mathbf{x}}$ - оценка вектора состояния и измерений. В частотной области регулятор задается МПФ (преобразование по Лапласу)

$$\mathbf{K}_\infty = \mathbf{F}_\infty \left(s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \gamma^{-2}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_\infty - \mathbf{B}_2\mathbf{F}_\infty - \mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty\mathbf{C}_2 \right)^{-1} \left(-\mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty \right)\mathbf{Y}_\infty. \quad (8)$$

$\mathbf{X}_\infty$ и $\mathbf{Y}_\infty$ являются решением обобщенных алгебраических уравнений Риккати по управлению и фильтрации

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_\infty + \mathbf{X}_\infty\mathbf{A} - \mathbf{X}_\infty \left(\mathbf{B}_2\mathbf{B}_2^{\mathrm{T}} - \gamma^{-2}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^{\mathrm{T}} \right)\mathbf{X}_\infty + \mathbf{C}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_1 = 0; \quad (9)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{Y}_\infty + \mathbf{Y}_\infty\mathbf{A}^{\mathrm{T}} - \mathbf{Y}_\infty \left(\mathbf{C}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_2 - \gamma^{-2}\mathbf{C}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{C}_1 \right)\mathbf{Y}_\infty + \mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^{\mathbf{T}} = 0. \quad (10)$$

H_∞-норма передаточной функции $\mathbf{G}(s)$, $\|\mathbf{G}\|_\infty$ в скалярном выражении конечна и равна максимальному значению амплитудно-частотной характеристики $\mathbf{G}(j\omega)$. H_∞-норма передаточной функции представляет собой верхнюю грань коэффициента усиления между H_2-нормой входного сигнала и H_2-нормой выходного сигнала. Следовательно, H_∞-норма равна квадратному корню из энергии выхода при входном возмущении с единичной энергией. Поэтому минимум H_∞-нормы – приводит к минимизации максимального по всему частотному диапазону энергии выходного сигнала для наихудшего случая приложения входного воздействия. Для получения необходимых показателей качества синтезируемой системы в вектор контролируемых переменных $\mathbf{z}(t)$ необходимо включать ошибку системы, переменные состояния системы, которые нужно ограничивать, а также компоненты вектора управления $\mathbf{u}(t)$. Причем, роль весовых матриц (функций) в критерии качества выполняют матрицы $\mathbf{C}_1$, $\mathbf{D}_{11}$ и $\mathbf{D}_{12}$, с помощью которых формируется вектор контролируемых переменных $\mathbf{z}(t)$. Выбор весовых матриц (функций) является неоднозначной задачей, требующей для своего решения достаточного опыта разработчика, а также применения метода проб и ошибок, который заключается в подборе таких значений этих матриц (функций), при которых в системе обеспечивается выполнение заданных требований по качеству регулирования. А синтез такой системы сводится к минимизации H_∞-нормы взвешенной энергии ошибок каналов, переменных состояния, которые необходимо ограничивать, и управления. Общие рекомендации для выбора весовых функций и формирования контура управления (loopshaping) изложены в [6].

Замкнутая МПФ при решении задачи смешанной чувствительности (mixed sensitivity):

$$\mathbf{T_{zw}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W_S}(s)\mathbf{S}(s) \\ \mathbf{W_R}(s)\mathbf{R}(s) \\ \mathbf{W_T}(s)\mathbf{T}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W_S}(s)\mathbf{S}(s) \\ \left(\mathbf{W_R}(s)/\mathbf{G}(s)\right)\mathbf{T}(s) \\ \mathbf{W_T}(s)\mathbf{T}(s) \end{bmatrix}, \tag{11}$$

где $\mathbf{S}(s) = \left(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\right)^{-1}$ – функция чувствительности;

$\mathbf{T}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\left(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\right)^{-1}$ – дополнительная функция чувствительности; $\mathbf{R}(s) = \mathbf{K}(s)\left(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\right)^{-1}$.

Весовые функции принимаем в виде следующих ПФ:

$$\mathbf{W_S} = \frac{s/M + \omega_0}{s + \omega_0 A}; \quad \mathbf{W_R} = const; \quad \mathbf{W_T} = \frac{s + \omega_0/M}{As + \omega_0}, \tag{12}$$

где $A = 0{,}001$ – желаемая максимально допустимая установившаяся ошибка в установившемся режиме;

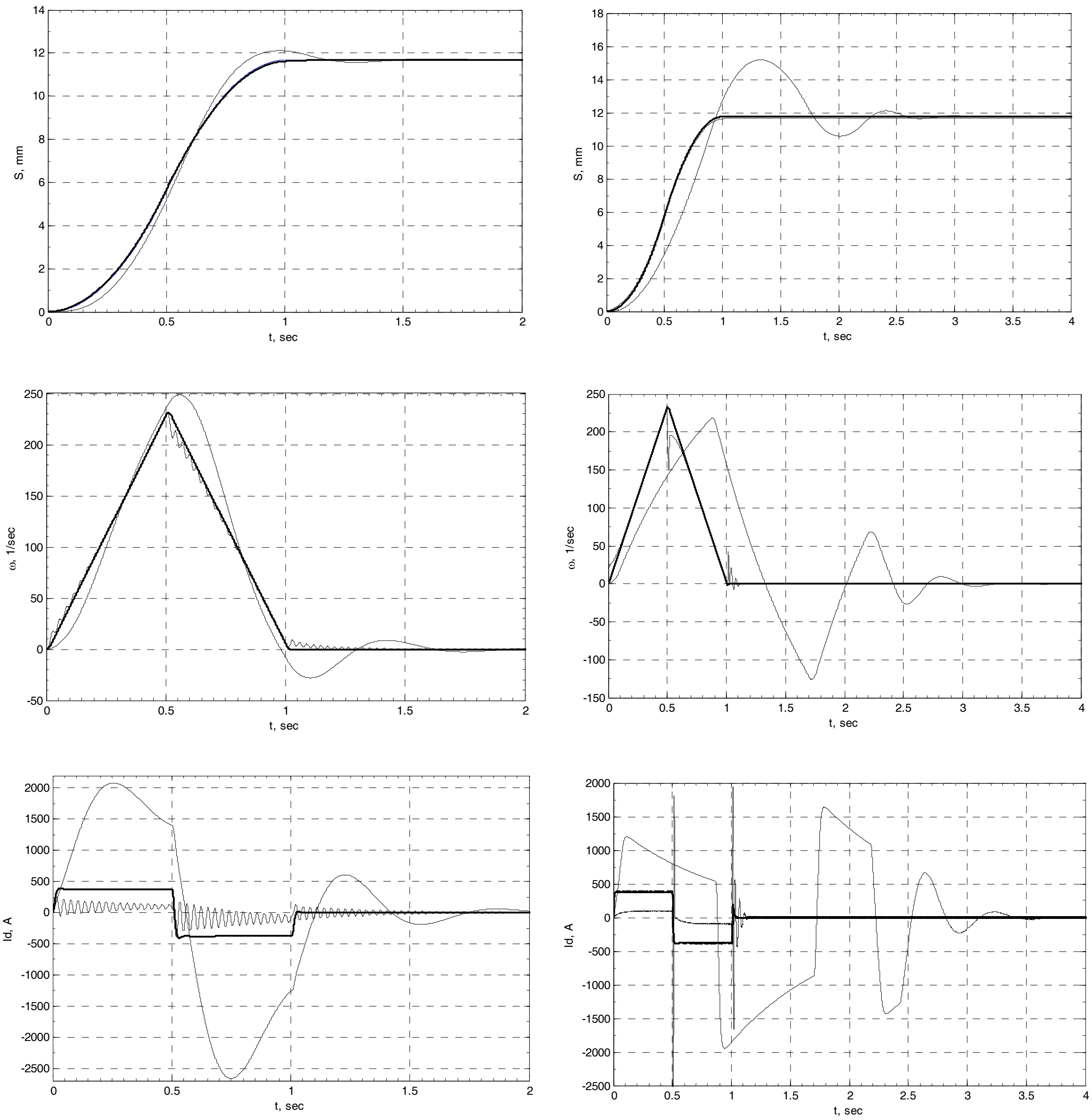
$\omega_0 = 200$ – полоса пропускания; $M = 3$ – пик чувствительности.

Отметим, что при целенаправленной вариации параметров весовых функций A, ω_0 и M можно достичь требуемых характеристик качества системы управления, что показано в [6-7].

При проектировании робастной САР использовались средства пакета Robust Control Toolbox системы Matlab, позволяющие вычислить центральный H_∞-субоптимальный регулятор по представленным алгоритмам. Полученный робастный регулятор положения является регулятором 5-го порядка.

Достигнутая H_∞-норма замкнутой системы, полученная в ходе итерационного процесса, составила 0,804.

На рис. 4 представлены результаты работы электропривода с синтезированным H_∞-субоптимальным регулятором положения, а также для сравнения с релейный регулятором положения при расчётных (номинальных) параметрах ОУ; при одновременном увеличении и уменьшении момента инерции J_Σ и эквивалентного сопротивления $R_э$ в 4 раза.



а) б)

Рисунок 4 – Графики переходных процессов позиционного ЭП
при номинальных параметрах и при одновременном изменении
моменте инерции J_{Σ} и эквивалентного сопротивления $R_{э}$ в 4 раза

а) в робастной системе управления

б) в релейной системе управления

Выводы. Синтезирован робастный H_{∞}-субоптимальный регулятор положения в условиях неполной информации о объекте и с учетом его неопределенностей. Полученный регулятор обеспечивает системе управления робастные характеристики качества и заданную точность позиционирования. Разработаны программные коды (m-файлы) в системе MATLAB, позволяющие алгоритмизировать процедуру синтеза робастных САР для электромеханических объектов n-го порядка.

Библиографический список

1. Zames G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses // IEEE Trans. Automat. Control. – 1981. – Vol.26. - No.2. – P.301-320.

2. Glover K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L_∞ error bounds. // Int. J. Control. – 1984. – Vol.39.

3. Doyle J.C. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems / J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, B.A. Francis // IEEE Trans. Automat. Control. – 1989. – Vol.34. - No8. – P.831-847.

4. Полилов Е.В. Синтез робастного H_∞-субоптимального регулятора положения позиционного электропривода / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісник Кременчуцького державного технічного університету ім. Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2008. – Вип. 3/2008 (50), частина 1. – С.64-71.

5. Полилов Е.В. Синтез робастной системы управления явнополюсной синхронной машины / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків: НТУ «ХПІ», 2008, № 30. – С.136-140.

6. Полилов Е.В. Практический подход к выбору весовых функций для H_∞-теории робастного управления / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісник Кременчуцького державного технічного університету ім. Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2008. – Вип. 3/2009 (56), частина 2. – С.17-24.

7. Полилов Е.В. Синтез алгоритмов робастного управления синхронной машиной с постоянными магнитами методами H_∞-теории / Полилов Е.В., Руднев Е.С., Скорик С.П. // Сборник научных трудов Донбасского государственного технического университета. - Вып.31. – Алчевськ: ДонГТУ, 2010. – С.197-212.

Рекомендована к печати д.т.н., проф. Лущиком В.Д.