

*к.т.н. Мусиенко В.Н.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

## **ОБОСНОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ЛОБОВОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В ГОРНЫХ ВЫРАБОТКАХ**

*Надано термодинамічне обґрунтування механізму взаємодії повітряного струменю з твердою перешкодою.*

*Ключові слова: газодинаміка, прикордонний прошарок, лобовий аеродинамічний супротив гірничих виробок.*

*Приведено термодинамическое обоснование механизма взаимодействия воздушного потока с твердым препятствием.*

*Ключевые слова: газодинамика, пограничный слой, лобовое аэродинамическое сопротивление горных выработок.*

**Постановка проблемы и ее связь с важными научными и практическими заданиями.** Эффективность проветривания шахт определяется оптимальным сочетанием расхода воздуха, депрессии и аэродинамического сопротивления сети горных выработок. Расход характеризует количество и кинетическую энергию воздуха, депрессия – его внутреннюю и потенциальную энергию, а аэродинамическое сопротивление выработок характеризует процессы взаимного превращения энергий.

В вопросах вентиляции шахт различают [1] сопротивление трения, местное и лобовое сопротивление выработок. Вопросы, связанные с определением сопротивления трения и местного сопротивления, разработаны достаточно полно. Лобовое же сопротивление горных выработок в отраслевых нормативных документах и литературе по вентиляции шахт не учитывается [1,2].

Вместе с тем, в современных шахтах нередко возникают ситуации, когда из-за больших величин лобового аэродинамического сопротивления в воздухоподающих выработках нарушается вентиляция добычных участков или даже их группы. В этой связи игнорировать указанный фактор в вопросах вентиляции шахт не допустимо.

Лобовое сопротивление возникает при взаимодействии воздушных потоков с твердыми телами различных форм и размеров. В горных выработках такими телами могут быть элементы горно-шахтного оборудования и другие предметы.

Вопросы, связанные с определением лобового аэродинамического сопротивления, имеют большое значение не только в горном деле, но и в других областях науки и техники. Например, в автомобилестроении, воздухо- и мореплавании, ракетной технике, вооружении и др.

Таким образом, рассматриваемый в данной работе вопрос имеет большое научное и практическое значение.

**Анализ последних достижений.** На данный момент характер взаимодействия твердых тел с воздушными потоками оценивают с помощью аэродинамических коэффициентов, к числу которых относят [3-5]: коэффициент лобового сопротивления, коэффициент подъемной силы, коэффициент трения и коэффициент давления. Характерным для этих величин является то, что они являются безразмерными комплексами и отнесены к скоростному напору невозмущенного потока.

Указанный набор величин позволяет удовлетворительно оценить силовые характеристики процесса. Вместе с тем, энергетический аспект вопроса остается не раскрытым. В частности, не раскрыт вопрос о выборе вида взаимодействия твердого тела на стадии формулировки граничных условий задачи. Поскольку взаимодействие с прилипанием частиц к телу и взаимодействие с проскальзыванием имеют существенно разное математическое описание, то и решения соответствующих задач газодинамики будут различными. Иными словами, при одних и тех же исходных данных можно получить принципиально разные зависимости, описывающие один и тот же процесс.

**Цель данной работы** – термодинамическое обоснование механизма взаимодействия твердых тел с воздушными потоками в горных выработках.

**Изложение основного материала.** Рассмотрим систему, элементами которой являются горная выработка, представляющая канал определенной формы, по которому движется воздух. Внутри канала находится твердое тело, препятствующее движению газа. В процессе движения воздуха между элементами системы происходит теплообмен. В результате этого к воздушному потоку подводится (или отводится) некоторое количество тепла.

Уравнение притока тепла для этой системы в расчете на единицу массы газа имеет следующий вид:

$$\delta q = dU + d(p\tilde{V}) + \vec{v} \cdot d\vec{v} + d\Psi + \delta a_{mp} + \delta a_{л.с.}, \quad (1)$$

где  $dU$  - внутренняя энергия системы на единицу массы газа;

$\delta q$  - тепло, подводимое к единице массы газа;

$d(p\tilde{V})$  - удельная работа проталкивания потока;

$p$  - давление воздуха;  $\tilde{V} = \frac{1}{\rho}$  - удельный объем газа;  $\rho$  - его плотность;

$\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2}dv^2$  - часть полной работы потока, обусловленная изменением плотности его кинетической энергии;  $\vec{U}$  - скорость потока;  
 $d\Psi$  - часть полной работы, связанная с изменением удельной потенциальной энергии газа;

$\delta a_{mp} = c_f v^2$  - часть полной работы, затрачиваемая на преодоление трения потока о стенки канала (выработки);

$c_f$  - коэффициент трения;

$\delta a_{л.с.}$  - удельная техническая работа потока, обусловленная наличием лобового сопротивления и направленная на преодоление этого сопротивления.

Уравнение (1) преобразуется к следующему виду:

$$\delta q = di^* + d\Psi + c_f v^2 + \delta a_{л.с.}, \quad (2)$$

где  $i^* = U + p\tilde{V} + \frac{1}{2}v^2$  - полная удельная энтальпия потока.

Из уравнения (2) находим удельную работу потока по преодолению лобового сопротивления:

$$\delta a_{л.с.} = -(di^* + d\Psi + c_f v^2 - \delta q). \quad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что подвод тепла к газу способствует уменьшению работы лобового сопротивления и, наоборот, если тепло отводится от воздуха, то работа возрастает. Знак минус в формуле (3) означает, что работа совершается над потоком.

Тепло подводится к воздушному потоку из внешних и внутренних источников. К внешним источникам относятся поверхности контакта с горной выработкой и твердым телом внутри нее. Работа трения в конечном итоге так же переходит в тепло. К внутренним источникам тепла следует отнести скрытую теплоту перехода системы из начального состояния в равновесное, теплоту фазовых переходов и теплоту внутреннего молекулярного трения вязких движений воздуха.

Теплообмен между внешними источниками тепла и потоком осуществляется за счет теплопроводности.

Скрытая теплота перехода системы из начального состояния в равновесное может быть вычислена с использованием уравнения Гиббса-Гельмгольца [6].

При условии, что объем системы не меняется в процессе, полная работа системы (против всех сил) при изохорно-изотермическом процессе определяется изменением ее свободной энергии по формуле [6].

$$W = F_1 - F_0 = U_1 - U_0 + T \left( \frac{\partial(F_1 - F_0)}{\partial T} \right)_V, \quad (4)$$

где  $U_0, U_1, F_0, F_1$  - внутренняя и свободная энергии системы в начальном и равновесном состояниях соответственно;

$\left( \frac{\partial(F_1 - F_0)}{\partial T} \right)_V = \left( \frac{\partial W}{\partial T} \right)_V$  - производная полной работы системы по температуре, вычисленная при постоянном значении объема.

В уравнении (4) величина  $U_1 - U_0 = Q_V$  - означает теплоту перехода системы из начального в равновесное состояние.

Таким образом, полная работа перехода при изохорно-изотермическом процессе вычисляется так:

$$W = Q_V + T \left( \frac{\partial W}{\partial T} \right)_V. \quad (5)$$

Работа против немеханических (например, электрических) сил определяется изменением энергии Гиббса при изобарно-изотермическом процессе по формуле [6]:

$$W_{н.м.} = G_1 - G_0 = H_1 - H_0 + T \left( \frac{\partial(G_1 - G_0)}{\partial T} \right)_P, \quad (6)$$

где  $G_0, G_1, H_0, H_1$  - соответственно энергия Гиббса и энтальпия системы в начальном и равновесном состояниях.

Аналогично (5) можно записать:

$$W_{н.м.} = Q_P + T \left( \frac{\partial W}{\partial T} \right)_P, \quad (7)$$

где  $Q_P = H_1 - H_0$  - тепловой эффект перехода.

Частные производные свободной энергии и энергии Гиббса по температуре равны энтропии системы. Поэтому равенства (5) и (7) могут быть записаны так.

$$W = Q_V + T\delta S, \quad W_{н.м.} = Q_P + T\delta S, \quad (8)$$

где  $\delta S = S_1 - S_0$ ;  $S_0, S_1$  - энтропия системы в начальном и равновесном состоянии соответственно. При этом

$$S = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P. \quad (9)$$

Значения фигурирующих в формулах (5), (7) величин могут быть определены экспериментально, указанными в работе [6] методами. Поэтому, представляется возможность использования уравнения (3).

При подводе тепла к газу повышается его температура, что способствует увеличению вязкости воздуха. Зависимость коэффициента динамической вязкости воздуха от температуры приведена в работах [4,5]. Одновременно с этим часть внутренней энергии газа расходуется на прилипания частиц газа к поверхности твердого тела.

Процесс прилипания молекул воздуха к твердым поверхностям, определяемый термином «адгезия» [7], необходимо рассматривать с позиций молекулярного взаимодействия.

Энергию взаимодействия двух молекул  $i$  и  $j$  можно вычислить по формуле [7]:

$$E_{i,j} = -\frac{\lambda_{i,j}}{L^6}, \quad (10)$$

где  $L$  – расстояние между молекулами;

$\lambda_{i,j}$  - константа Лондона, которую можно вычислить по формуле [7]:

$$\lambda_{i,j} = -\frac{3}{2}h\left(\frac{\nu_i\nu_j}{\nu_i + \nu_j}\right)\alpha_i\alpha_j, \quad (11)$$

где  $h$  – постоянная Планка;

$\nu_i, \nu_j$  - частоты колебаний взаимодействующих электронных осцилляторов;

$\alpha_i, \alpha_j$  - поляризуемость молекул  $i$  и  $j$ .

Следует отметить, что формула (10) справедлива при небольших значениях  $L$ , не более нескольких сотен диаметров молекул. Знак «минус» в формуле (10) означает энергию притяжения молекул.

Переход от энергии взаимодействия молекул к энергии взаимодействия конденсированных систем дан Гамакером [7]. Для конечных объемов двух систем энергия взаимодействия вычисляется так:

$$E_{1,2} = - \int \int_{V_1 V_2} \frac{n_1 n_2 \lambda_{1,2}}{L^6} dV_1 dV_2, \quad (12)$$

где  $n_1, n_2$  - концентрация молекул сортов 1 и 2 в объемах  $V_1$  и  $V_2$ .

Из уравнений (10) – (12) следует, что энергия прилипания частиц зависит не только от микросостояния, но и от геометрических характеристик взаимодействующих тел. В общем, такое обстоятельство не противоречит действительности.

Уравнение (12) необходимо преобразовать с целью дальнейшего использования в условиях решаемой задачи. Для этого отметим следующее.

Все величины с индексом «1» отнесем к газообразной компоненте системы и в дальнейшем этот индекс опустим. Все величины с индексом «2» относятся к твердому телу.

Очевидно, концентрация молекул в твердом теле – величина постоянная. Ее можно выразить через плотность ( $\rho_T$ ) и молекулярную массу ( $M_T$ ) по формуле:

$$n_2 = \frac{\rho_T}{M_T} = const. \quad (13)$$

Концентрацию молекул газа обозначим  $n_1 = n$ . Эта величина удовлетворяет уравнению неразрывности [3]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + div(n\vec{V}_0) = 0, \quad (14)$$

где  $\vec{V}_0$  - средняя скорость молекул в данной точке пространства.

Уравнение состояния идеального газа можно представить в таком виде [6]:

$$P = nkT, \quad (15)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Преобразуем уравнение (12) к более удобному виду. Вычислим интеграл (12) в предположении, что  $V_1$  – шар достаточно малого радиуса  $r_0$ . По теореме о среднем получим после преобразований.

$$E_{np} = \frac{2\pi h v \alpha}{L^3} \left(\frac{r_0}{L}\right)^3 \frac{P \rho_T}{k M_T T} \int_{V_T} \frac{v_T \alpha_T}{v + v_T} dV_T = \frac{2\pi h v \alpha n}{L^3} \left(\frac{r_0}{L}\right)^3 \frac{\rho_T}{M_T} \int_{V_T} \frac{v_T \alpha_T}{v + v_T} dV_T, \quad (16)$$

где  $\rho_T, M_T, V_T, \alpha_T$  - величины, обозначенные выше, характеризующие свойства твердого тела;

$P, T, n, v, \alpha$  - то же для газа;

$L$  - расстояние от центра тяжести элементарного объема газа сферической формы до поверхности твердого тела.

Уравнение (16) определяет энергию прилипания элементарных объемов газа сферической формы к поверхности твердого тела. Эта энергия является частью внутренней энергии газа, изменение которой расходуется на совершение работы и превращается в тепло.

Следует отметить, что уравнение (16) определяет расход внутренней энергии газа на образование пограничного слоя только на стадии его зарождения по направлению нормали к поверхности твердого тела. В направлении касательной к поверхности тела зависимость (16) не применима. В этом случае необходимо допустить существование поверхностных явлений, обусловленных наличием фактора прилипания частиц газа к твердой поверхности. В результате этого образуется поверхностный слой, свойства которого отличаются от свойств газа набегающего потока. В этом слое температура и давление выше, чем в набегающем потоке. Величины их определяются согласно известных зависимостей [3-5]:

$$P^* = P + \rho \frac{v^2}{2}; \quad T^* = T + \frac{v^2}{2C_p}, \quad (17)$$

где  $P, T$  – температура и давление газа в набегающем потоке соответственно;

$C_p$  – удельная изобарная теплоемкость газа.

Соответственно увеличивается и удельная энтальпия воздуха, которую в поверхностном слое можно вычислить по известной формуле [3-5]:

$$i^* = i + \frac{v^2}{2}, \quad (18)$$

где  $i$  – энтальпия набегающего потока.

При условии, что изменяется площадь поверхности указанного выше слоя, возникает поверхностное натяжение, характеризующее равновесие между поверхностным слоем и набегающим потоком воздуха. Поверхностное натяжение равно силе на единицу длины поверхности или изменению свободной энергии на единицу увеличения площади поверхности [6]. Поверхностная энергия вычисляется по формуле [6]:

$$U_{\Sigma} = F_{\Sigma} - T \frac{\partial F_{\Sigma}}{\partial T} = (\sigma - T \frac{\partial \sigma}{\partial T}) \Sigma, \quad (19)$$

где  $F_{\Sigma}$  - свободная энергия, характеризующая элементарную работу при увеличении поверхности натяжения;

$$\sigma = \frac{dF_{\Sigma}}{d\Sigma} - \text{поверхностное натяжения;}$$

$\Sigma$  - площадь поверхностного натяжения.

Равновесие между поверхностным слоем и набегающим потоком воздуха достигается при равновесии химических потенциалов и температуры в некотором равновесном слое вблизи от поверхности твердого тела. Условие равновесия записывается так [6]:

$$T' = T''; \quad \varphi' = \varphi'', \quad (20)$$

где  $T'$ ,  $T''$ ,  $\varphi'$ ,  $\varphi''$  - температура и химический потенциал поверхностного слоя и набегающего потока соответственно.

Давление при переходе через указанный равновесный слой изменяется скачком, величину которого можно определить по формуле [6]:

$$P' - P'' = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (21)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  - главные радиусы кривизны поверхности твердого тела, вблизи которого образуется поверхностный слой;

$P'$ ,  $P''$  - давление в поверхностном слое и набегающем потоке соответственно.

Величина, определенная равенством (21), называется поверхностным давлением или давлением Лапласа [6].

Приведенные выше соотношения могут быть использованы в исследованиях факторов, влияющих на условия зарождения пограничного слоя. Но они не учитывают фундаментальные уравнения механики сплошной среды и газодинамики [3-5]. Поэтому наиболее полно механизм зарождения и развития пограничного слоя может быть обоснован с позиций термодинамики фазовых переходов [6,8].

Сравнивая основные уравнения гидрогазодинамики для идеального и вязкого газов [3-5], можно отметить следующего (по группам уравнений).

Уравнения движения, выражающие закон сохранения импульса, отличаются тем, что для идеального газа тензор напряжений (давлений) среды - шаровой. Единственной компонентой этого тензора является давление. Тензор напряжений (давлений) для вязкого газа имеет такой же вид, как это принято для твердого тела [3]. В нем присутствуют и нормальные и касательные напряжения. Но это значит, что вязкий газ



сопротивляется изменению формы произвольно выбранного объема среды, что характерно для твердых тел.

Уравнение притока тепла, выражающее закон сохранения энергии, отличается тем, что для вязкого газа помимо тепла, подводимого от внешних источников, учитывается так же тепло, поступающее от внутренних источников [3-5]. Это тепло называют теплотой внутреннего молекулярного трения [4-5] или некомпенсируемая теплота трения [3]. Для идеального газа такое тепло не учитывается. Поэтому, если рассматривать переход от вязкого газа к идеальному, то теплота изменяется скачком.

Что касается уравнения неразрывности, выражающего закон сохранения массы, то оно остается неизменным как для вязкого, так и для идеального газа.

Уравнения состояния для идеального газа записывают в виде уравнения Менделеева-Клапейрона [4-5]. Использование этого уравнения для вязкого газа, как это часто делают, по нашему мнению не правомерно. В данном случае более подходящим может быть уравнение Ван-дер-Ваальса [3,6], которое хорошо описывает состояние газа вблизи критических точек.

Учитывая вышеизложенное, можно заключить, что при переходе от вязкого газа к идеальному, его свойства изменяются скачком, что имеет место при фазовых переходах первого рода [6,8]. При этих переходах скачком изменяется удельный объем  $\tilde{V}$  или плотность, а также внутренняя и свободная энергия и поглощается (или выделяется) теплота.

Основным уравнением, характеризующим фазовые переходы первого ряда, является дифференциальное уравнение Клайперона-Клаузиуса [6,8]. Оно получается из условия равенства химических потенциалов при равновесии двух фаз:

$$\varphi'(P, T) = \varphi''(P, T). \quad (22)$$

Из равенства (22) следует уравнение кривой равновесия:

$$P = P(T). \quad (23)$$

Из уравнения (23) получается уравнение Клайперона-Клаузиуса, записываемого в одном из следующих видов [6,8]:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{S'' - S'}{\tilde{V}'' - \tilde{V}'} = \frac{\lambda}{T(\tilde{V}'' - \tilde{V}')}, \quad (24)$$

где  $S'$ ,  $S''$ ,  $\tilde{V}'$ ,  $\tilde{V}''$  - удельная энтропия и удельный объем соответствующих фаз;

$\lambda = T(S'' - S') = i'' - i'$  - удельная теплота перехода на единицу массы вещества:

$i', i''$  - удельная энтальпия соответствующих фаз.

Перепишем уравнение (24) в следующем виде:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda \rho_u \rho_n}{T(\rho_u - \rho_n)} = \frac{\lambda \rho_n}{T(1 - \frac{\rho_n}{\rho_u})}, \quad (25)$$

где обозначено  $\rho_n = \frac{1}{\tilde{V}''}$  - плотность газа в пограничном слое;

$\rho_u = \frac{1}{\tilde{V}'}$  - плотность набегающего потока воздуха.

Удельная теплота перехода может быть выражена через известное выражение теплоты внутреннего молекулярного трения (другое название - некомпенсированное тепло) в следующем виде, верное в общем случае для нелинейной вязкой жидкости (газа) [3]:

$$\lambda = \int \frac{1}{\rho} T_\sigma : \dot{\varepsilon} dt, \quad (26)$$

где  $T_\sigma, \dot{\varepsilon}$  - тензоры вязких давлений и скоростей деформаций соответственно;

$T_\sigma : \dot{\varepsilon}$  - двойное скалярное произведение указанных тензоров.

Для линейно-вязкой изотропной жидкости (газе) эта величина определяется так [3-5];

$$\lambda = \int \left[ \xi J_1^2 + 2\mu \left( J_2 - \frac{1}{3} J_1^2 \right) \right] \frac{dt}{\rho}, \quad (27)$$

где  $J_1$  и  $J_2$  - первый и второй инварианты тензора скоростей деформации соответственно;

$\xi, \mu$  - коэффициенты вязкости.

Зависимости (26) и (27) имеют определенное теоретическое значение. С практической точки зрения они малопригодны. Однако, учитывая, что удельная теплота перехода  $\lambda$  представляет скачок удельной энтальпии, целесообразно эту величину аппроксимировать полиномом третьей степени по температуре, как это делают в технической термодинамике. Коэффициенты полинома могут быть определены экспериментально. Величину  $\rho_u - \rho_n$  можно, следуя [8], назвать параметром

упорядочения. Принимают [8], что этот параметр меняется как  $\left(\frac{T_c - T}{T}\right)^\beta$ , где  $T_c$  - критическая температура.  $\beta \in [0,3; 0,5]$ .

Плотность газа в пограничном слое и набегающем потоке можно выразить через температуру и давление. Таким образом, предоставляется возможность решить уравнение (25) и получить уравнение кривой равновесия.

#### **Выводы.**

1. Обоснован механизм лобового аэродинамического сопротивления в горных выработках с позиций термодинамики.

2. Установлена зависимость удельной работы потока по преодолению лобового сопротивления от основных термодинамических величин, отличающаяся тем, что учитывается взаимодействие элементов системы горная выработка – воздушный поток- твердое тело.

3. Базируясь на положениях теоретической физики, термодинамики поверхностных явлений, фазовых переходов, установлены зависимости, позволяющие оценить характер взаимодействия набегающего воздушного потока с твердым телом, условия образования и развития пограничного слоя, а также условия его равновесия.

4. В целях развития данного направления требуется выполнить комплекс экспериментальных работ.

#### **Библиографический список**

1. *Аэрология горных предприятий: учебник для студентов горных специальностей / К.З. Ушаков, А.С. Бурчаков, Л.А. Пучков, И.И. Медведев. – М.:Недра, 1987. – 421с.*

2. *Руководство по проектированию вентиляции угольных шахт. – Киев: Основа, 1994. – 308с.*

3. *Седов Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. - [4-е изд. перераб. и доп.; т.1]. – М.:Наука, 1983. – 528с.*

4. *Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа /Л.Г. Лойцянский. - [6-е изд. перераб. и доп.]. – М.:Наука, 1987. – 840с.*

5. *Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. -712с.*

6. *Базаров И.П. Термодинамика / И.П. Базаров. - М.: Высшая школа, 1991. - 376 с.*

7. *Зимон А.Д. Адгезия пыли и порошков / А.Д. Зимон – М.: Химия, 1967. – 372с.*

8. *Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления / Г. Стенли. М.: Мир, 1975. -425 с.*

*Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Антощенко Н.И.*