

УДК 621.833.1

к.т.н. Грубка Р. М.
(ДонНТУ, г. Донецк, ДНР, grubka_roman@mail.ru)

РАЗВИТИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА СИНТЕЗА ПРОФИЛЯ ЗУБЬЕВ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОСТРАНСТВЕННОМУ ЗУБЧАТОМУ СОЕДИНЕНИЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС

В статье изложены основные положения по развитию кинематического метода синтеза и исследования пространственных зубчатых соединений для цилиндрических зубчатых колёс. Данный подход позволяет существенно уменьшить трудоёмкость процесса профилирования зубьев с пространственной геометрией. На базе данного подхода получены обобщённые зависимости, описывающие геометрию боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колёс с пространственной модификацией, способных компенсировать погрешности изготовления, монтажа и перемещения, возникающие вследствие деформаций элементов зубчатых передач в процессе эксплуатации.

Ключевые слова: кинематический метод синтеза, цилиндрическое зубчатое колесо, погрешности изготовления, погрешности монтажа, деформации.

Проблема и её связь с научными и практическими задачами. Сложившаяся в настоящее время последовательность проектирования зубчатых передач заключается в создании таковых с локализованным контактом, способных компенсировать погрешности изготовления и деформации при работе [1]. В процессе проектирования зубчатых передач и технологических операций по обработке зубчатых венцов решаются задачи профилирования зубьев, определения закона движения одного из звеньев, синтез зацеплений с заданными или экстремальными свойствами, синтез станочных зацеплений и анализ нагруженности элементов режущих инструментов. Для решения задач теории зубчатых зацеплений применяются: дифференциально-геометрический метод нахождения огибающей к последовательным положениям движущейся поверхности [2, 3]; кинематический метод нахождения огибающей [2, 3, 4, 5]; метод огибания [6]. Одним из направлений методов поиска поверхностей зубьев, обладающих максимальной нагрузочной способностью, является их синтез, основанный на анализе пространства зацепления [1].

Работоспособность зубчатых передач зависит от вида и величины перемещений,

которые вызваны наличием погрешностей изготовления; погрешностей монтажа зубчатых венцов; погрешностей взаимного положения зубчатых венцов, возникающих в процессе эксплуатации вследствие деформации элементов зубчатых передач [7]. При проектировании зубчатых передач не всегда учитывают комплексное действие неизбежно имеющих погрешностей. Взаимодействия зубьев зубчатых колёс идеализированы и не учитывают реальные процессы, происходящие в передаче под действием факторов, возникающих при эксплуатации. Как следствие, в реальных условиях при наличии погрешностей и деформаций элементов зубчатых передач контакт зубьев далёк от линейного, а реальные эксплуатационные характеристики передач могут существенно отличаться от теоретических значений. Данные обстоятельства могут привести к существенному снижению нагрузочной способности передачи и снижению её долговечности вследствие локализации нагрузки или её неблагоприятному воздействию, что влечёт за собой повышение контактных и изгибных напряжений или приводит к необходимости закладывать значительные запасы прочности в элементы зубчатых передач.

Постановка задачи. Наличие погрешностей приводит к пространственному характеру контактирования зубьев в соединении и к необходимости синтеза пространственных геометрий боковой поверхности зубьев, близких к их естественному износу в процессе эксплуатации [8]. Переход к пространственному рассмотрению процессов, происходящих в реальном зацеплении с учётом возникающих технологических и эксплуатационных факторов, позволяет создавать зубчатые соединения, полностью соответствующие основным постулатам теории зацепления и обладающие функционально-ориентированными, а при необходимости и изменяющимися как по длине, так и по высоте зуба, эксплуатационными свойствами. Поэтому для решения задач синтеза и формообразования зубчатых венцов пространственно-модифицированных зубчатых колёс необходимо разрабатывать подходы по описанию боковых поверхностей зубьев и определению координат контактных точек как при эксплуатации зубчатых колёс, так и для определения точек мгновенного контакта режущего инструмента и заготовки в процессе обработки, что в конечном счёте определяет актуальность представленной работы.

Изложение материала и его результаты. Рассмотрим зубчатые соединения цилиндрических зубчатых колёс внешнего и внутреннего зацепления, в том числе соединения с внутренним зацеплением с передаточным отношением, равным единице, применяемым в зубчатых муфтах. Профиль зубьев колёс и обойм зубчатых муфт принимается эвольвентным с прямолинейной образующей. Боковые поверхности зубьев шестерни и зубчатой втулки выполняются с пространственной геометрией, способной компенсировать погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения, вызванные деформациями, которые возникают в процессе эксплуатации элементов зубчатых соединений.

В соответствии с теоремой Виллиса в точке контакта двух профилей общая нормаль должна проходить через полюс зацепления, а

вектор относительной скорости точки контакта профиля зуба зубчатого колеса относительно точки контакта профиля зуба шестерни должен быть направлен вдоль общей касательной в точке контакта. Как показано в работе [3], величина относительной скорости в точке контакта профилей зубьев равняется произведению мгновенной угловой скорости на радиус вращения мгновенного вращательного движения. На основании чего в работе делается вывод о том, что мгновенный радиус поворота находится на общей нормали к профилям зубьев в мгновенной точке контакта. При этом с геометрической точки зрения радиус с центром в полюсе зацепления является наименьшим расстоянием среди множества расстояний от центра вращения до остальных точек профиля. И поэтому точка контакта может быть определена однозначно и точно.

В пространственном зацеплении, в отличие от плоского, контакт между зубьями осуществляется по линии, определённым образом расположенной в пространстве [9]. В пространственном соединении положение контактной точки в сечении плоскостью, параллельной базовому торцу колеса (или обоймы), не совпадающей с плоскостью симметрии зубчатого венца, изменяется как по высоте, так и по длине зуба. При этом положение полюса для зафиксированного второго зубчатого колеса не поменяется. Будет изменяться вместе с положением точки контакта по высоте и по длине зуба колеса направление нормали к контактной точке и, соответственно, величина радиуса мгновенного поворота из полюса зацепления. Учитывая, что в точке контакта двух сопряжённых профилей радиус мгновенного поворота принимает минимальное значение, можно определить координаты контактных точек рассматриваемой контактной линии при фиксированном угле поворота зубчатых колёс и при изменении координаты по длине зубчатого венца.

Последовательно просчитав положение контактных линий для разных углов поворота, можно определить геометрию боко-

вой поверхности зуба шестерни, сопряжённой с исходным зубчатым колесом, при наличии погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач, которые возникают в процессе эксплуатации.

$$R_{PE}^2 = (x_2(\varphi_2) \cos \phi_2 + y_2(\varphi_2) \sin \phi_2)^2 + (-x_2(\varphi_2) \sin \phi_2 + y_2(\varphi_2) \cos \phi_2 \pm R_2)^2, \quad (1)$$

где R_{PE} — мгновенный радиус поворота из полюса зацепления в точку контакта двух сопряжённых профилей;

$x_2(\varphi_2)$, $y_2(\varphi_2)$ — координаты точки контакта на боковой поверхности зуба зубчатого колеса;

φ_2 — угол развёрнутости эвольвенты зубчатого колеса;

ϕ_2 — угла поворота зубчатого колеса;

R_2 — радиус делительной окружности зубчатого колеса.

– для внешнего зацепления:

$$\begin{aligned} \frac{dR_{PE}^2}{d\varphi_2} = & \left[\frac{x_2(\varphi_2) \sin \phi_2}{R_2} (1 + (\cos \phi_2)^2) + \frac{y_2(\varphi_2) \cos \phi_2}{R_2} (\sin \phi_2 - 1) - 1 \right] \sin \phi_2 \frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\ & + \left[\frac{y_2(\varphi_2)}{R_2} + \cos \phi_2 + \frac{x_2(\varphi_2) \cos \phi_2 \sin \phi_2}{R_2} (\sin \phi_2 - 1) \right] \frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

– для внутреннего зацепления:

$$\begin{aligned} \frac{dR_{PE}^2}{d\varphi_2} = & \left[\frac{x_2(\varphi_2) \sin \phi_2}{R_2} (1 + (\cos \phi_2)^2) + \frac{y_2(\varphi_2) \cos \phi_2}{R_2} (\sin \phi_2 - 1) - 1 \right] \sin \phi_2 \frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\ & + \left[\frac{y_2(\varphi_2)}{R_2} - \cos \phi_2 + \frac{x_2(\varphi_2) \cos \phi_2 \sin \phi_2}{R_2} (\sin \phi_2 - 1) \right] \frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

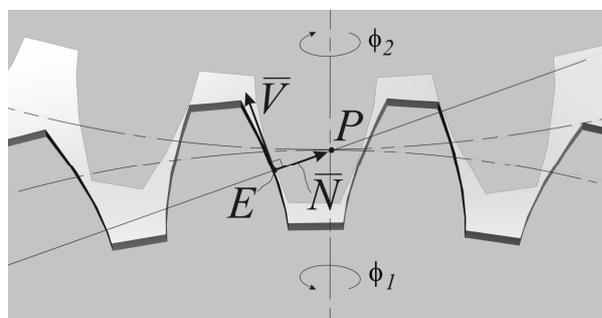


Рисунок 1 Мгновенный радиус поворота для пространственного соединения цилиндрических зубчатых колёс

Величина радиуса мгновенного поворота из полюса зацепления к контактной точке для рассматриваемого положения двух сопряжённых профилей определится из выражения (рис. 1):

Если задаваться величиной угла поворота зубчатого колеса ϕ_2 , то функция радиуса является функцией угла развёрнутости эвольвенты φ_2 .

Найдём наименьшее значение радиуса мгновенного поворота, продифференцировав и приравняв полученное выражение к нулю. Возьмём первую производную для выражения (1) по углу развёрнутости эвольвенты φ_2 . Выполнив преобразования и упростив выражение, получим:

Используя обобщённые зависимости для пространственного соединения цилиндрических зубчатых колёс, учитывающие наличие погрешностей и деформаций элементов передач [8], и задавая вид линии (для пространственных соединений поверхностью) зацепления, описываемой, например, линейной зависимостью вида $y_1 = R_1 + tg\alpha \cdot x_1$, получим обобщённую систему уравнений, которая позволяет определять параметры контактирования и координаты контактных точек в соединении двух цилиндрических колёс:

– для внешнего зацепления:

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 &= (m'_{11} \cos \phi_2 - m'_{12} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{11} \sin \phi_2 + m'_{12} \cos \phi_2)y_2 + m'_{13}z_2 + \\
 &+ R_2 m'_{12} + m'_{14}; \\
 y_1 &= (m'_{21} \cos \phi_2 - m'_{22} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{21} \sin \phi_2 + m'_{22} \cos \phi_2)y_2 + m'_{23}z_2 + \\
 &+ R_2 m'_{22} + m'_{24}; \\
 z_1 &= (m'_{31} \cos \phi_2 - m'_{32} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{31} \sin \phi_2 + m'_{32} \cos \phi_2)y_2 + m'_{33}z_2 + \\
 &+ R_2 m'_{32} + m'_{34}; \\
 y_1 &= R_1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot x_1; \\
 &\left[x_2(\varphi_2) \sin \phi_2 (1 + (\cos \phi_2)^2) + y_2(\varphi_2) \cos \phi_2 (\sin \phi_2 - 1) - R_2 \right] \sin \phi_2 \frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\
 &+ [y_2(\varphi_2) + \cos \phi_2 + x_2(\varphi_2) \cos \phi_2 \sin \phi_2 (\sin \phi_2 - 1)] \frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0;
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

- для внутреннего зацепления:

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 &= (m'_{11} \cos \phi_2 - m'_{12} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{11} \sin \phi_2 + m'_{12} \cos \phi_2)y_2 + m'_{13}z_2 - \\
 &- R_2 m'_{12} + m'_{14}; \\
 y_1 &= (m'_{21} \cos \phi_2 - m'_{22} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{21} \sin \phi_2 + m'_{22} \cos \phi_2)y_2 + m'_{23}z_2 - \\
 &- R_2 m'_{22} + m'_{24}; \\
 z_1 &= (m'_{31} \cos \phi_2 - m'_{32} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{31} \sin \phi_2 + m'_{32} \cos \phi_2)y_2 + m'_{33}z_2 - \\
 &- R_2 m'_{32} + m'_{34}; \\
 y_1 &= R_1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot x_1; \\
 &\left[x_2(\varphi_2) \sin \phi_2 (1 + (\cos \phi_2)^2) + y_2(\varphi_2) \cos \phi_2 (\sin \phi_2 - 1) \right] \sin \phi_2 \frac{dx_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} + \\
 &+ [y_2(\varphi_2) - R_2 \cos \phi_2 + x_2(\varphi_2) \cos \phi_2 \sin \phi_2 (\sin \phi_2 - 1)] \frac{dy_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = 0,
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где x_1, y_1, z_1 — координаты контактной точки боковой поверхности зубьев шестерни;

m'_{ij} — коэффициенты в обобщённых уравнениях для пространственного соединения цилиндрических зубчатых колёс, учитывающие наличие погрешностей и деформаций элементов передач [8];

R_1 — радиус делительной окружности шестерни.

Выводы и направление дальнейших исследований. Описанный выше подход является развитием кинематического метода применительно к синтезу и исследо-

ванию пространственных зубчатых соединений на базе цилиндрических зубчатых колёс. Подход позволяет существенно уменьшить трудоёмкость процесса профилирования зубьев с пространственной геометрией. На базе данного подхода получены обобщённые зависимости, описывающие геометрию боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колёс с пространственной модификацией. Рассматриваемые зубчатые колёса способны компенсировать погрешности изготовления, монтажа и перемещения, возникающие вследствие деформаций элементов

зубчатых передач в процессе эксплуатации. Результаты, представленные в работе, могут быть использованы при расчётах

параметров процессов формообразования зубчатых венцов с пространственной геометрией боковой поверхности зубьев.

Библиографический список

1. Бабичев, Д. Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.18 / Бабичев Дмитрий Тихонович ; Тюменский государственный нефтегазовый ун-т. — Тюмень, 2005. — 421 с.
2. Радзевич, С. П. Кратко о кинематическом методе и об истории уравнения контакта в форме $nV=0$ [Текст] / С. П. Радзевич // Теория Механизмов и Машин. — 2010. — № 1. Том 8. — С. 42–51.
3. Литвиняк, Я. М. Доповнення до кінематичного способу синтезу профілю зубців площинного зубчастого зачеплення [Текст] / Я. М. Литвиняк // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. — Львів, 2014. — № 786. — С. 93–98.
4. Кривошея, А. В. Особенности прямого и обратного формообразования эвольвентных цилиндрических зубчатых колёс с модифицированным профилем у вершины зуба [Текст] / А. В. Кривошея, В. Е. Мельник, Ю. М. Данильченко, Д. Т. Бабичев, М. Г. Сторчак // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ» : сб. науч. тр. Тематич. вып. : Проблемы механического привода. — Харьков : НТУ «ХПИ», 2012. — № 36. — С. 82–90.
5. Ткачук, Н. Н. Кинематический метод и его реализация в приложениях геометрического синтеза зубчатых передач [Текст] / Н. Н. Ткачук, Н. А. Ткачук // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ» : сб. науч. тр. Тематич. вып. : Проблемы механического привода. — Харьков : НТУ «ХПИ», 2010. — № 27. — С. 182–197.
6. Елисеев, В. В. О построении сопряжённых профилей в пространственных зубчатых передачах [Текст] / В. В. Елисеев, А. В. Слоуц // Теория механизмов и машин. — 2004. — № 2. — С. 45–54.
7. Артемов, И. И. Система комплексного обеспечения точности зубчатых колёс в условиях автоматизированного производства [Текст] / И. И. Артемов // СТИН. — 1998. — № 6. — С. 8–13.
8. Грубка, Р. М. Обобщённые зависимости для пространственного соединения цилиндрических зубчатых колёс, учитывающие наличие погрешностей и деформаций элементов передач [Текст] / Р. М. Грубка // Прогрессивные технологии и системы машиностроения : между. сб. науч. тр. — Донецк : Донец. нац. техн. ун-т, 2018. — Вып. 3 (62). — С. 10–18.
9. Грубка, Р. М. Синтез структуры групповой пространственной геометрии зубьев втулок зубчатых муфт [Текст] / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения : между. сб. науч. тр. — Донецк : Донец. нац. техн. ун-т, 2004. — Вып. 27. — С. 71–75.

© Грубка Р. М.

Рекомендована к печати д.т.н., проф., зав. каф. МСМО ДонНТУ Гусевым В. В., к.т.н., доц. каф. ТМ ДонГТУ Зелинским А. Н.

Статья поступила в редакцию 01.06.18.

к.т.н. Грубка Р. М. (ДонНТУ, м. Донецьк, ДНР, grubka_roman@mail.ru)

РОЗВИТОК КІНЕМАТИЧНОГО МЕТОДУ СИНТЕЗУ ПРОФІЛЮ ЗУБІВ СТОСОВНО ДО ПРОСТОРОВОГО ЗУБЧАСТОГО З'ЄДНАННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

У статті викладено основні положення для розвитку кінематичного методу синтезу і дослідження просторових зубчастих з'єднань для циліндричних зубчастих коліс. Даний підхід дозво-

ляє істотно зменшити трудомісткість процесу профілювання зубів з просторовою геометрією. На базі даного підходу отримано узагальнені залежності, що описують геометрію бічної поверхні зубів циліндричних зубчастих коліс з просторовою модифікацією, які здатні компенсувати похибки виготовлення, монтажу і переміщення, що виникають внаслідок деформацій елементів зубчастих передач в процесі експлуатації.

Ключові слова: кінематичний метод синтезу, циліндричне зубчасте колесо, похибки виготовлення, похибки монтажу, деформації.

PhD Grubka R. M. (DonNTU, Donetsk, DPR)

DEVELOPMENT OF KINEMATIC METHOD OF TEETH PROFILE SYNTHESIS WITH REGARD TO SPATIAL SERRATED JOINT OF CYLINDRICAL GEARS

The paper explains the main propositions to develop kinematic method of tooth profile synthesis and studying the spatial serrated joint for cylindrical gears. This approach allows significantly reduce the labour-intensity of teeth shaping with spatial geometry. Based on this approach there have been obtained the generalized dependencies describing the geometry of teeth flanks of cylindrical gears with spatial modification enabling to negate manufacturing, mounting and movement errors emerged as a result of gear elements deformation during exploitation.

Key words: kinematic method of synthesis, cylindrical gear, manufacturing error, mounting error, deformations.