

УДК 622.281.74

Дрипан П. С.
(ДонНТУ, г. Донецк, ДНР, dripanps@mail.ru)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ И ПРОЧНОСТИ АНКЕРА ПРИ ЗАКРЕПЛЕНИИ ПОРОДНОГО МАССИВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НАГРУЗКИ

Дан краткий анализ существующих способов и конструкций анкерной крепи. Предложен новый способ закрепления породного массива горной выработки анкером большего диаметра, чем диаметр шпура, при воздействии на него статической и ударной нагрузок. Приведены математические модели устойчивости и напряженно-деформированного состояния анкера и породного массива, которые позволят выбрать параметры устройства, обеспечивающие надежное закрепление породного массива.

Ключевые слова: породный массив, анкер, шпур, нагрузка, деформация, напряжение, математическая модель.

1 Актуальность и цель исследований

Одним из перспективных направлений решения задачи по обеспечению устойчивости выработок (особенно забойной их части) при ведении подготовительных работ на шахтах является установка анкерной крепи сразу после выемки породы в забое. Технологичность и высокий уровень механизации при ее возведении позволяют не только повысить темпы работ, но и обеспечить высокий уровень безопасности производства. Наибольшее распространение в условиях шахт Донецкого угольного бассейна получили сталеполимерные анкеры [1], технология установки которых и параметры крепи определяются в соответствии с действующими нормативными документами [2, 3]. Однако до 50 % стоимости установки таких анкеров составляют затраты на ампулы с полимерными смолами, с помощью которых анкеры закрепляются в шпурах. В этой связи исследования, направленные на разработку технологий и конструкций анкеров, устанавливаемых безраспорным (бесклеевым) способом, являются перспективными и актуальными.

В настоящее время в мировой практике применяются многочисленные безраспорные конструкции анкеров, такие как винтовые, анкеры «Сплит-Сет» и «Свеллекс», трубчатые взрывораспорные анкеры и т. д. [4]. Однако они не получили широкого примене-

ния в практике из-за необходимости изготовления анкеров из высокопрочных упругих сталей и дорогого оборудования для установки. Предложенный в США способ установки анкеров путем их силового вдавливания в породный массив с помощью гидравлической установки не нашел промышленного использования по тем же причинам, а также из-за невозможности обеспечить необходимое пространственное расположение устанавливаемого анкера [5].

В ДонНТУ был предложен и запатентован способ закрепления породного массива стальным анкером с большим диаметром, чем диаметр направляющего шпура [6].

В связи с тем, что применяемые для этого анкеры имеют значительную длину при малом диаметре, в процессе установки анкеров в породный массив возможна потеря их устойчивости, а в дальнейшем — прочности, в том числе и горных пород при действии ударной нагрузки.

Цель исследования — раскрытие закономерностей изменения напряженно-деформированного состояния (НДС) системы «анкер — породный массив» при установке бесклеевым способом на контуре горной выработки стального анкера с большим диаметром, чем диаметр направляющего шпура, под действием статической и ударной нагрузок, с учетом сопротивлений его перемещению в осевом направлении и бо-

ковой поверхности, а также протекающих волновых процессов для обоснования параметров устройства, обеспечивающих надежное закрепление породного массива.

Идея работы состоит в использовании теорий устойчивости и упругости для обоснования параметров анкера и породного массива при его закреплении под действием нагрузки.

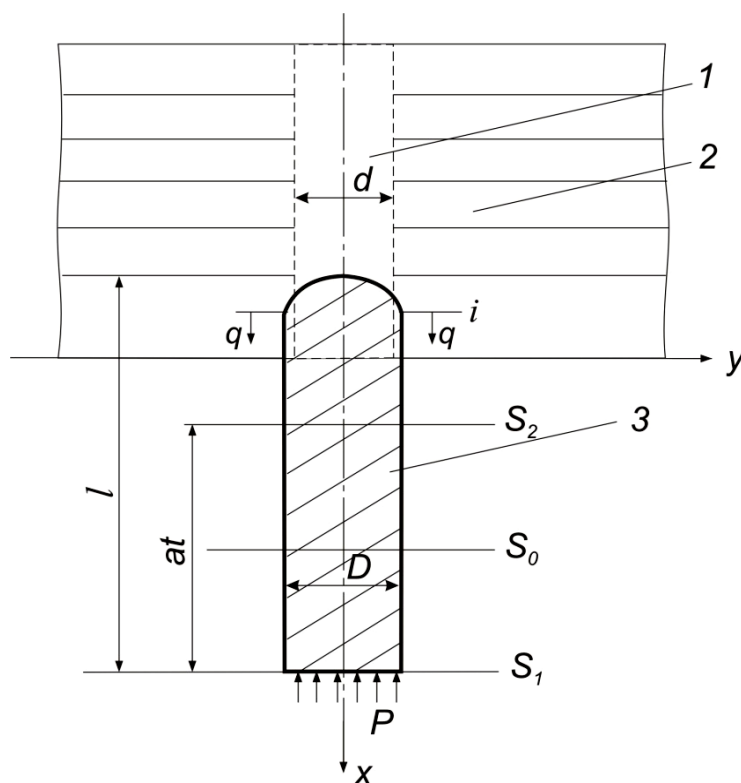
Объектом исследования являются закономерности изменения устойчивости и НДС анкера и породного массива, вмещающего горную выработку при установке бесклеевым способом на ее контуре стального анкера с большим диаметром, чем диаметр направляющего шпура, под действием нагрузки, а **предметом** — геометрические параметры и механические характеристики анкера и породного массива.

Исходя из выше изложенного, **задачами исследований** являются:

– разработка математической модели устойчивости анкера при его установке в породный массив;

– разработка математической модели НДС анкера и породного массива под действием статической и ударной нагрузок с учетом возникающих сопротивлений перемещению по длине, боковой поверхности анкера и волновых процессов.

Рассмотрим расчетную схему установки анкера большего диаметра, чем направляющий шпур, под действием нагрузки, когда он испытывает сопротивление перемещению в осевом направлении в месте контакта с породой, а его боковая поверхность — в виде трения со стенками шпура (рис. 1).



1 — шпур; 2 — горный массив; 3 — анкер; i , S_0 , S_1 , S_2 — сечения анкера; D , d — диаметры анкера и шпура соответственно; q — контактная нагрузка между анкером и горными породами; P — внешняя нагрузка

Рисунок 1 Расчетная схема установки анкера в горный массив с учетом осевого сопротивления и сил трения по боковой его поверхности

При исследованиях будут использованы следующие критерии устойчивости и прочности для напряжений, представленные в виде функциональных зависимостей от параметров соответственно

$$\sigma_{\text{э}} = f_1(P, E, D, l, \mu) \leq \sigma_{\text{нц}}, \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{max}} = f_2(P, v_0, a, E, E_n, v, v_n, D, d, l_0, l_{\text{ш}}, m, m_1, \gamma, f, H, t) \leq \sigma_{\text{нц}}, \quad (2)$$

где $\sigma_{\text{э}}$, $\sigma_{\text{нц}}$ — эквивалентное напряжение устойчивости и предел пропорциональности (прочности на сжатие) материала анкера, МПа;

P — внешняя нагрузка, Н;

v_0 , a — скорости анкера в момент удара, звука в материале анкера соответственно, м/с;

E , E_n — модули упругости материала анкера и породного массива соответственно, МПа;

v , v_n — коэффициенты Пуассона материала анкера и породного массива соответственно;

D , l , d , $l_{\text{ш}}$ — диаметр, длина анкера, диаметр и длина шпура соответственно, м;

μ — коэффициент длины, зависящий от способа крепления концов анкера;

l_0 — длина окружности анкера, м;

m , m_1 — массы анкера и ударного устройства соответственно, кг;

γ — удельный вес материала анкера, Н/м³;

f — коэффициент трения между материалом анкера и массивом горных пород;

H — расстояние между ударным устройством и анкером, м;

t — время, с.

2 Математическая модель устойчивости анкера при установке в породный массив

При начальной нагрузке ударного устройства, при контакте более прочного анкера с менее прочными породами возникает вопрос об определении его таких параметров, как длина, диаметр, модуль упругости

материала, предел прочности при сжатии, которые обеспечивают его устойчивость.

Критическую силу по теории потери устойчивости Эйлера определяют из дифференциального уравнения изогнутой оси анкера, справедливой для любого его сечения, в пределах которого продольная нагрузка неизменна.

Для анкера с постоянной жесткостью используется дифференциальное уравнение устойчивости [7, 8]. При этом критическая сила равна

$$P_{\text{кр}} = \frac{4\pi^2 EI}{(\mu l)^2}, \quad (3)$$

где E — модуль упругости материала анкера, Н/м²;

I — момент инерции сечения анкера, м⁴.

Коэффициент μ примем равным единице для расчетной схемы с граничными условиями: шарнирное крепление в ударном устройстве и в опоре при входе анкера в массив горных пород.

Формулой (3) можно пользоваться при условии, что гибкость анкера λ , определяемая выражением

$$\lambda = \frac{1}{(I/F)^{1/2}} > \lambda_{\text{э}} = \pi(E/\sigma_{\text{нц}})^{1/2}, \quad (4)$$

где F — площадь сечения анкера, м².

Приведенные выше соотношения относятся к случаям потери устойчивости в упругой области, т. е. справедливы при условии, что вплоть до достижения критического состояния максимальные напряжения не превышают предела пропорциональности материала.

Если условие (4) не выполняется, то потеря устойчивости анкера наступит при напряжениях, превосходящих это значение. Тогда, при расчете устойчивости анкера с первоначальной прямолинейной осью, критическое напряжение определяют по формуле Эйлера

$$\sigma_{\text{э}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (5)$$

где λ — гибкость анкера, определяется из выражения

$$\lambda = \frac{l}{r_{\min}}, \quad (6)$$

r_{\min} — наименьший радиус инерции поперечного сечения, м;

$$r_{\min} = \left(\frac{I_{\min}}{F} \right)^{1/2},$$

I_{\min} — наименьший момент инерции поперечного сечения анкера, м⁴.

Если

$$\sigma_{\lambda} > \sigma_{\text{нц}}, \quad (7)$$

то потеря устойчивости происходит за пределами пропорциональности.

Критической гибкостью называют величину λ_{λ} (7), которая зависит только от свойств материала анкера, значения которой для различных сталей являются справочными.

Если $\lambda > \lambda_{\lambda}$, то потеря устойчивости анкера происходит в пределах пропорциональности материала, что должно выполняться при расчетах.

3 Математическая модель напряженно-деформированного состояния анкера с учетом волновых процессов

Для описания процесса закрепления анкера в породный массив воспользуемся теорией продольного удара, впервые изложенной в работе Сен-Венана и уточненной в дальнейшем Бусинеском [9].

Каждому сечению анкера соответствует координата, выражающая его местоположение относительно поверхности удара. После удара каждое сечение вертикально переместится на величину U , зависящую от времени t . При этом U — функция независимых переменных x, t , деформация $\varepsilon_x = \partial U / \partial x$, а упругие напряжения $\sigma_x = E \frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial U}{\partial t}$ — скорость перемещения каждого сечения во времени.

При упругом состоянии анкера должно быть соблюдено условие

$$E \cdot \frac{v_0}{a} \leq \sigma_{\text{нц}}. \quad (8)$$

Уравнение движения анкера имеет вид [9]

$$a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad (9)$$

где $a = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma}}$ — скорость распространения деформации вдоль анкера, т. е. скорость звука;

g — ускорение силы тяжести, м/с².

При продвижении анкера в породный массив его верхний конец испытывает постоянное напряжение, равное отношению нагрузки P , деленной на площадь сечения смятия пород массива, S , м², то есть P/S , где $S = \pi d l_{\text{ш}} (k_0 - 1)$; $k_0 = D/d$.

Начало его движения совпадет с моментом достижения прямой волны его верхнего основания. При этом напряжения в его нижней части будут постоянными и равными

$$\sigma_x = E \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{P}{S}. \quad (10)$$

Считаем, что анкер зажат боковыми породами и удерживается в них трением, равномерно распределенным по его боковой поверхности. Нижний конец анкера не испытывает сопротивления, т. е. в нашем случае $P = 0$. Сила трения действует только в случае движения соответствующей части анкера вверх. В силу малости поперечного сечения по сравнению с длиной анкера считаем, что сопротивление анкера в виде силы, приходящейся на единицу его объема, равно

$$q_v = \frac{l_0 q}{S}, \quad (11)$$

где $l_0 = \pi D$, м;

q — контактная нагрузка, действующая на боковую поверхность анкера, Н/м².

Дифференциальное уравнение движения имеет вид [10]

$$a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + k_1 a^2 = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad (12)$$

где k_1 принимает следующие значения:

- 1) $k_1 = 0$ при $at + x < \ell$;
- 2) $k_1 = \frac{\ell_0 \cdot q}{S \cdot E}$ при $at + x > \ell$.

Тогда деформация нижнего конца анкера имеет вид

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0} = -2v_0 \cdot e^{\frac{-at}{k\ell}} + ap. \quad (13)$$

Здесь k — отношение массы ударного инструмента m к массе анкера m_1 , то есть m/m_1 .

Время закрепления анкером породного массива определяем из выражения

$$T = -\frac{k\ell}{a} \cdot \ln \left(\frac{pa}{v_0} \right). \quad (14)$$

Перемещение нижнего конца анкера при его остановке ($t = T$)

$$(U)_{x=0}^{T=0} = k\ell \cdot \left[p \cdot \left(1 - \ln \frac{pa}{\ell v_0} \right) - \frac{2v_0}{a} \right]. \quad (15)$$

Путь L , пройденный нижним концом анкера (глубина проникновения) до его остановки

$$L = 2kl \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) \left(1 - e^{-\frac{aT}{kl}} \right) - 2(k_1 l + p) a T. \quad (16)$$

Полученные формулы позволяют, зная T и L , определить неизвестные величины k_1 и p и наоборот.

4 Исследования прочности анкера и вмещающих пород под действием нагрузки с учетом коэффициента динамичности

Приведенный выше метод решения задачи позволяет определить одноосное его

НДС и максимально возможное значение статической или динамической (ударной) нагрузки при сравнении максимальных напряжений с их предельными значениями. Однако он не дает ответ на вопрос, какие напряжения возникают в горных породах, которые не должны разрушаться, за счет чего анкер удерживается в шпуре.

Для решения этих вопросов рассмотрим упругие деформации анкера и массива горных пород при плоском напряженном состоянии.

При установке анкера на сопрягаемых с массивом контактных поверхностях вследствие упругих деформаций возникает давление и соответствующее ему трение, обеспечивающее необходимую их неподвижность.

Используем методы расчета на прочность сопрягаемых деталей (вал — отверстие), используемых в сопротивлении материалов и, в частности, машиностроении [11].

Разность между размерами направляющего шпура и анкера определяет характер их соединения — так называемую посадку, то есть степень их неподвижности.

Зная статическую нагрузку

$$P_{ст} = q\pi D l f, \quad (17)$$

можно определить ее динамическую величину, действующую на анкер ударным устройством.

Контактная нагрузка в нашем случае имеет вид

$$q = \frac{\delta}{k_0 d \left(\frac{1}{E} c_1 + \frac{1}{E_n} c_2 \right)}; \quad (18)$$

$$c_1 = \frac{1 + (k_0^2)^{-1}}{1 - (k_0^2)^{-1}} - \nu;$$

$$c_2 = \frac{1 + k_2^2}{1 - k_2^2} + \nu_n,$$

где δ — разница между диаметрами анкера и шпура, мм;

k_2 — отношение диаметра поверхности контакта к диаметру зоны влияния анкера (принимая $k_2 = 1/5$).

Как правило, наибольшие радиальные σ_r и тангенциальные σ_t напряжения возникают у внутренней поверхности породного массива, а наибольшее эквивалентное напряжение σ_3 равно их разности, которая определяется по зависимости

$$\sigma_3 = \sigma_r - \sigma_t = \frac{2q}{1 - (k_0^2)^{-1}} \leq \sigma_{нц}. \quad (19)$$

Известно, что несущая способность анкера [1, 2] определяется прочностью закрепления его в шпуре. Для этого производят контрольные извлечения анкеров из шпуров с помощью специальной установки.

При извлечении анкеров из горного массива необходимо приложить нагрузку (21) в обратном направлении.

Вышеприведенные зависимости для исследования напряженного состояния горного массива получены при действии на анкер статической нагрузки, когда она медленно нарастает от нуля до своего максимального значения и сжимает анкер на величину δ_{cm} [12].

Статическое и динамическое перемещение на сжатие определяют соответственно по зависимостям

$$\delta_{cm} = \frac{P_{cm}}{c}; \quad \delta_d = k_d \delta_{cm}, \quad (20)$$

где $c = EF/l$ — жесткость анкера, Н/м.

С учётом линейной связи между напряжением и деформацией, различных модулей упругости анкера и горных пород при статическом (индекс «с») и ударном (индекс «д») действии нагрузок связь между соответствующими напряжениями имеет вид

$$\sigma_d = k_d \sigma_{cm},$$

$$k_d = 1 + \left(1 + \frac{2H}{\delta_{cm}}\right)^{1/2}. \quad (21)$$

Имея в виду, что $H = v_0^2/2g$ (v_0 — скорость устройства в начале удара), коэффициент динамичности представим в виде

$$k_d = 1 + \left(1 + \frac{v_0^2}{g\delta_{cm}}\right)^{1/2}. \quad (22)$$

Если $H = 0$, то есть сила прикладывается внезапно, то согласно выражению (21) коэффициент динамичности $k_d = 2$. Если расстояние между ударным устройством и анкером H значительно больше δ_{cm} , то при его определении в выражениях под корнем вторым слагаемым по сравнению с единицей можно пренебречь. Тогда выражение (21) примет вид

$$k_d = 1 + \left(\frac{2H}{\delta_{cm}}\right)^{1/2}. \quad (23)$$

Таким образом, приведенные зависимости позволяют определить геометрические параметры и механические характеристики анкера, необходимые для закрепления породного массива с помощью статической или ударной нагрузки. Они позволяют учесть воздействие на анкер в процессе установки силы осевого сопротивления, бокового трения и волновых процессов, выбрать параметры устройства для установки, обеспечивающие необходимую нагрузку на анкер, устойчивость и прочность вмещающих пород.

Получены результаты исследований контактного давления q , статической P_{cm} нагрузки, а также максимальных эквивалентных напряжений σ_3 от соотношения диаметров анкера и шпура k_0 , механических характеристик горных пород, которые приведены на рисунках 2–4.

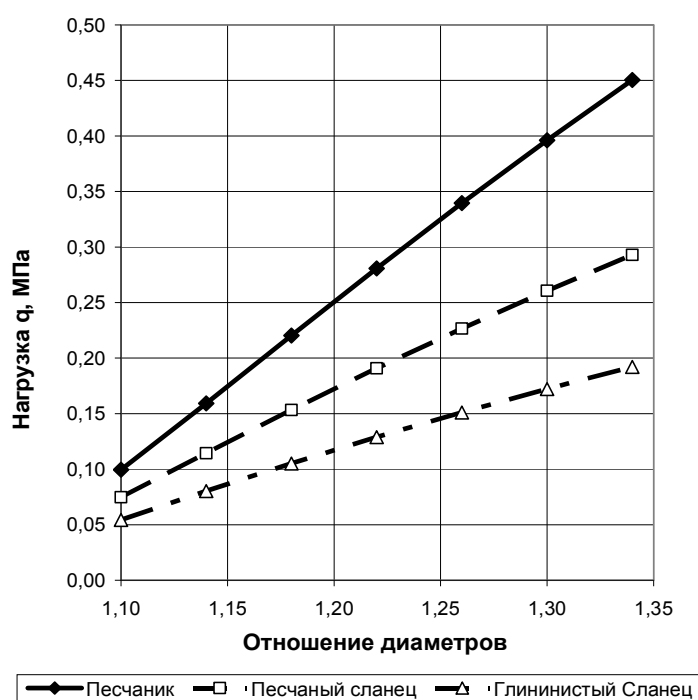


Рисунок 2 Зависимость контактной нагрузки q от соотношения $k_0 = D/d$ (диаметров анкера и шпура и модулей упругости пород E_n)

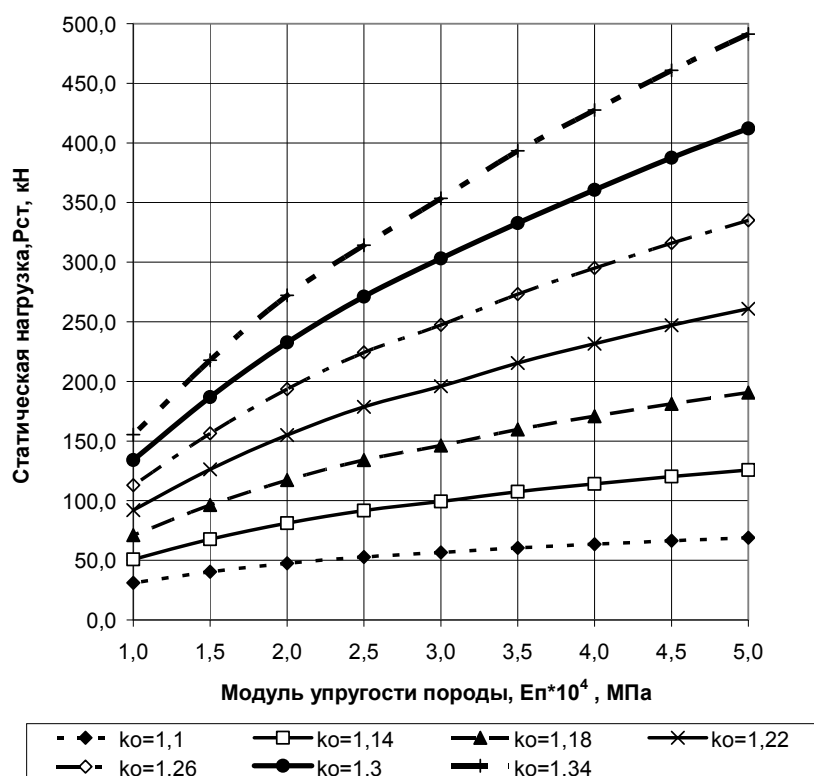


Рисунок 3 Зависимость статической нагрузки $P_{ст}$ от модулей упругости пород E_n и отношения диаметров анкера и шпура $k_0 = D/d$

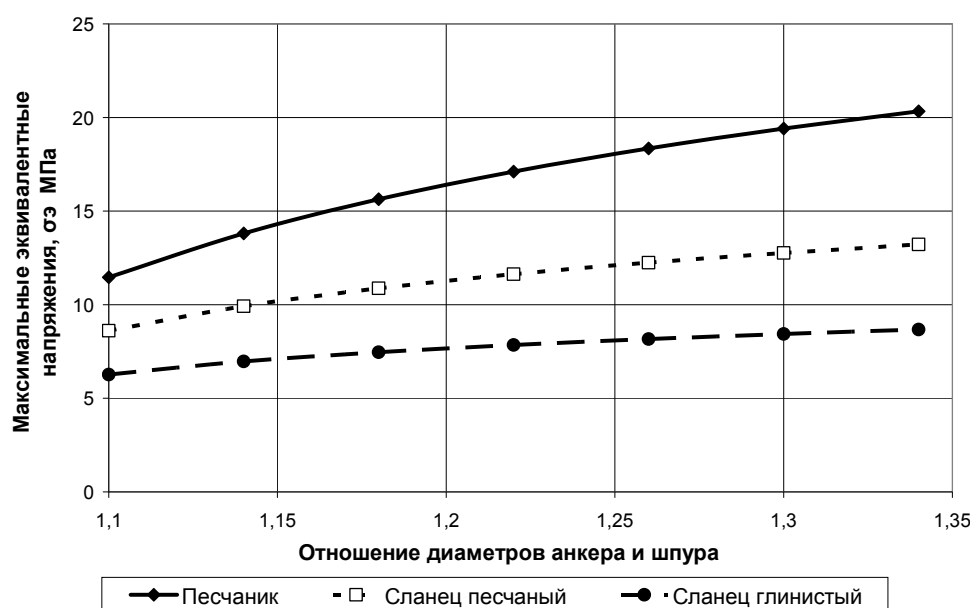


Рисунок 4 Зависимость максимальных эквивалентных напряжений $\sigma_{э}$ от соотношения $k_0 = D/d$ (диаметров анкера и шпура) и модулей упругости пород E_n

Результаты исследований на устойчивость анкеров показывают, что она обеспечивается для геометрических размеров (длин и диаметров), используемых на практике и изготовленных из стали не меньше марки 4.

Из рисунков следует: зависимость контактного давления q песчаника от соотношения диаметров k_0 , по сравнению с приведенными менее прочными породами, является более нелинейной, их значения практически пропорциональны механическим характеристикам горных пород; статическая нагрузка $P_{ст}$ имеет более выраженный нелинейный характер с увеличением k_0 , модулей упругости; максимальные эквивалентные напряжения, возникающие в горных породах, не превышают своих предельных значений при принятых значениях k_0 .

Выводы:

1. Наибольшее распространение в условиях шахт Донецкого угольного бассейна получили сталеполимерные анкеры, технологию закрепления породного массива

которых и параметры крепи определяют в соответствии с действующими нормативными документами. Однако до 50 % стоимости установки таких анкеров составляют затраты на ампулы с полимерными смолами, с помощью которых анкеры закрепляются в шпурах.

2. Предложен новый способ закрепления породного массива, который заключается в использовании анкера большего диаметра, чем диаметр шпура, под действием нагрузки.

3. Приведены математические модели устойчивости анкера при закреплении породного массива горной выработки, которые позволяют определить его геометрические параметры и механические характеристики, а также НДС анкера и породного массива с учетом осевого сопротивления, бокового трения и волновых процессов — выбрать параметры устройства, обеспечивающие необходимую нагрузку на анкер, надежное закрепление породного массива.

4. Получены основные результаты исследований для максимального контактного давления, статической нагрузки и эквивалентных напряжений, возникающих в

горных породах, последние из которых не превосходят своих предельных значений.

5. Приведенные результаты исследований будут использованы в дальнейшем для определения НДС системы «анкер — породный массив» с учетом статической, ударной нагрузок и волновых процессов, полученных в лабораторных и шахтных условиях, обоснования параметров устройства, обеспечивающих надежное закрепление породного массива, прочность и устойчивость горных выработок угольных шахт.

6. Лабораторные испытания по закреплению моделей металлических анкеров в реальных породах с помощью статической нагрузки показали их хорошую сходимость с результатами теоретических расчетов (расхождение не превышает 15 %).

Так, например, при установке анкера диаметром 11 мм в шпур диаметром 10 мм ($k_0 = 1,1$), пробуренный в песчанике ($E_n = 35,6 \cdot 10^9$ Па), фактическая величина статической нагрузки составила 78 кН при расчетном значении 67 кН.

Более подробные результаты лабораторных испытаний будут представлены в последующих публикациях.

7. Выполненные предварительные расчеты ожидаемого экономического эффекта от применения предложенного способа установки анкера показали, что только за счет сокращения затрат на материалы он составит от 2500 до 3500 руб. на 1 пог. м выработки.

Библиографический список

1. Булат, А. Ф. Опорно-анкерное крепление горных выработок угольных шахт [Текст] / А. Ф. Булат, В. В. Виноградов. — Днепропетровск : Вильно, 2010. — 372 с.
2. СОУ 10.1.05411357.010:2014. Система обеспечения надежного и безопасного функционирования горных выработок с анкерным креплением. Общие технические требования. — 84 с.
3. СТП (02070826) (26319481). Методика определения параметров анкерных породоармирующих систем для обеспечения устойчивости горных выработок [Текст] / Н. Н. Касьян [и др.]. — Донецк — Доброполье, 2010. — 27 с.
4. Широков, А. П. Теория и практика применения анкерной крепи [Текст] / А. П. Широков. — М. : Недра, 2012. — 381 с.
5. Харрелл, М. В. Новый гидравлический способ установки анкерных болтов [Текст] / М. В. Харрелл // Mining Congress Journal. — 1971. — № 6.
6. Пат. 55763 Украина, МПК E 21 D 20/00. Способ установки анкера / Н. Н. Касьян, А. О. Новиков, Ю. А. Петренко, П. С. Дрипан, И. Н. Шестопалов, С. Ю. Гладкий, Д. Д. Выговский ; заявитель и патентообладатель Донецкий нац. техн. ун-т. — № и200901503 ; заявл. 23.02.2009 ; опубл. 25.06.2009, Бюл. № 12. — 6 с.
7. Прочность. Устойчивость. Колебания [Текст]. Т. 1 / под общ. ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. — М. : Машиностроение, 1968 — 831 с.
8. Дрипан, П. С. Устойчивость анкера при установке в породный массив под действием динамической нагрузки [Текст] / П. С. Дрипан // Респиратор : научный вестник НИИГД. — Донецк, 2019. — № 3 (56). — С. 37–45.
9. Дворников, Л. Г. Анализ и обобщение закономерностей внедрения инструмента в горные породы при ударном воздействии [Текст] / Л. Г. Дворников, И. А. Жуков // Матер. XVI науч.-практ. конф. по проблемам механики и машиностроения. — Новокузнецк : Сиб. ГИУ, 2006. — С. 225–229.
10. Новиков, А. О. Математическая модель внедрения анкера в породный массив под нагрузкой [Текст] / А. О. Новиков, П. С. Дрипан // Респиратор : научный вестник НИИГД. — Донецк, 2018. — № 3 (55). — С. 91–101.
11. Биргер, И. А. Расчет на прочность деталей машин [Текст] : справочник / И. А. Биргер, Б. Ф. Шор, Г. Б. Иосимыч. — М. : Машиностроение, 1993. — 702 с.

12. Дрипан, П. С. Ударная нагрузка при установке в породный массив [Текст] / П. С. Дрипан // Респиратор : научный вестник НИИГД. — Донецк, 2019. — № 4 (56). — С. 65–71.

© Дрипан П. С.

*Рекомендована к печати д.т.н., проф., зав. каф. СГ ДонГТИ Литвинским Г. Г.,
д.т.н., проф., зав. каф. СЗПСиГ ДонНТУ Борщевским С. В.*

Статья поступила в редакцию 12.08.2020.

Dripan P. S. (*DonNTU, Donetsk, DPR*)

MATHEMATICAL MODELS OF ANCHOR STABILITY AND STRENGTH AT ROCK MASS ATTACHMENT UNDER LOAD

A brief analysis of existing methods and structures of anchor support is given. A new method is proposed for attachment the rock mass of mine working with anchor of a larger diameter than the drill hole when it is exposed to static and instantaneous loads. Mathematical models of stability and stress-strain state of the anchor and rock mass are given, the results of which will allow choosing the device parameters that ensure reliable attachment of rock mass.

Key words: *rock mass, anchor, drill hole, load, strain, stress, mathematical model.*