

*к.т.н. Белевцова Н.Л.  
(Державний економіко-технологічний  
університет транспорту, м. Київ, Україна)*

## **ТЕРМОПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИЙ СТАН ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ ПЕРЕМІННОЇ ЖОРСТКОСТІ У КОЛОВОМУ НАПРЯМКУ**

*Наведені результати розрахунку пружно-пластичного стану оболонок обертання з перемінною жорсткістю у коловому напрямку під дією неосесиметричного навантаження.*

***Ключові слова:** пружно-пластичний стан оболонок, перемінна жорсткість, неосесиметричні неізотермічні процеси навантаження.*

*Приведены результаты расчета упруго-пластичного состояния оболочек вращения с переменной жесткостью в окружном направлении от действия неосесимметричной нагрузки.*

***Ключевые слова:** упруго-пластичное состояние оболочек, переменная жесткость, неосесимметричные неізотермические процессы нагружения.*

Розглянемо пружно-пластичний напружений стан тонких оболонок обертання з перемінною жорсткістю у коловому напрямку при неосесиметричних неізотермічних процесах навантаження.

Задача розглядається у квазістатичній і геометрично-лінійній постановці на основі теорії простих процесів навантаження без урахування деформацій повзучості [4-6]. На паралельних контурах оболонки допускається довільне закріплення; механічні характеристики матеріалу залежать від температури. Аналогічні задачі, тільки без перемінної жорсткості у коловому напрямку, розв'язувались в роботах [1-4, 7, 8].

Для отримання розв'язувальної системи рівнянь використовуємо статичні, геометричні рівняння із граничними умовами на паралельних контурах [4], а також відношення пластичності у формі закону Гука з перемінними параметрами пружності [5-7], які визначаються із попереднього наближення.

Розв'язувальна система диференціальних рівнянь в частинних похідних, яку отримаємо згідно роботи [2, 5] має вигляд:

$$\frac{\partial \bar{N}}{\partial S} = \Phi \left( \bar{N}, \frac{\partial \bar{N}}{\partial \theta}, \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \theta^2}, \frac{\partial^3 \bar{N}}{\partial \theta^3}, \frac{\partial^4 \bar{N}}{\partial \theta^4} \right), \quad (1)$$

де  $\bar{N}$  - вектор дозволяючої функції, який вибрано аналогічно робіт [2,5].

Використовуючи метод інтегральних відношень [3] дана система диференціальних рівнянь (1) приводиться у кожному наближенні до системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь, яка чисельно розв'язується методом Рунге-Кутта із дискретною ортогоналізацією згідно С.К. Годунова [1].

В якості прикладу розглядаємо термопружно-пластичний напружений стан конічної оболонки із перемінною товщиною у коловому напрямку, яка знаходиться під дією неосесиметричного температурного поля, заданого згідно закону:

$$T = 295 + 280 \cos \theta. \quad (2)$$

Геометричні характеристики оболонки (рисунок 1) приймаємо наступними:

$$L = 2R, \beta = \pi/6, R = 10 \text{ см}. \quad (3)$$

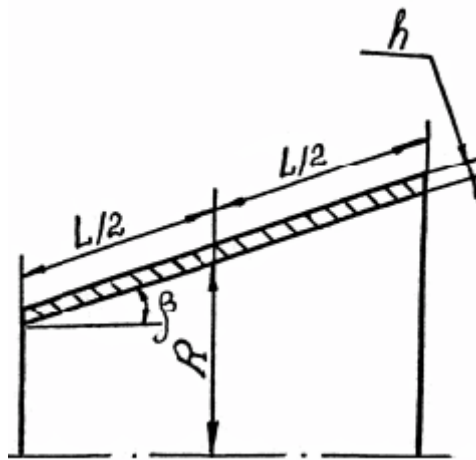


Рисунок 1 – Геометричні характеристики оболонки

Товщина оболонок змінюється вздовж колової координати згідно закону:

$$h = h_0 (\alpha_1 + \alpha \cos \theta), \quad (4)$$

при  $h_0 = 0,01R$  і зміні  $\alpha$  і  $\alpha_1$  в наступних межах (рисунок 2):

$$\begin{aligned} 1 - \alpha_1 = 1, \alpha = 0; \\ 2 - \alpha_1 = 2, \alpha = 1; \\ 3 - \alpha_1 = 3; \alpha = 2. \end{aligned} \quad (5)$$

Контур оболонки шарнірно закріплено. Матеріал оболонки – сталь ЭІ-395, механічні характеристики якої наведено в роботі [2].

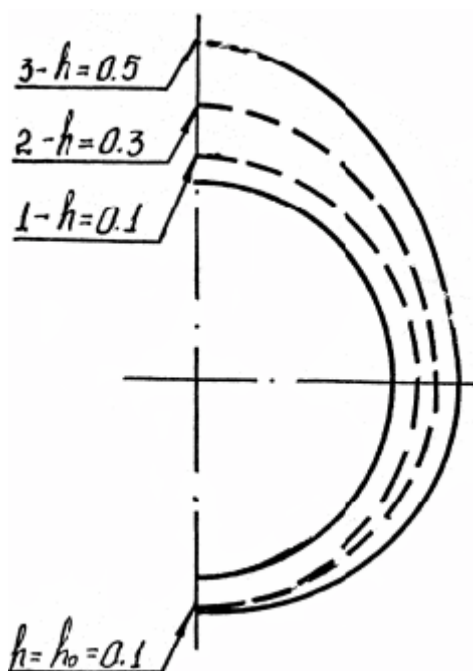


Рисунок 2 – Зміни товщини оболонок вздовж колової координати

Розрахунок оболонки проводився при різних варіантах:

1 – кількість точок по товщині оболонки  $K_Z = 3$ , по коловій координаті

$K_T = 19$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), вздовж меридіану  $K_S = 61$ ;

2 – кількість точок по товщині оболонки  $K_Z = 3$ , по коловій координаті

$K_T = 37$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), вздовж меридіану  $K_S = 61$ ;

3 – кількість точок по товщині оболонки  $K_Z = 5$ , по коловій координаті

$K_T = 19$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), вздовж меридіану  $K_S = 61$ ;

4 – кількість точок по товщині оболонки  $K_Z = 3$ , по коловій координаті

$K_T = 19$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), вздовж меридіану  $K_S = 81$ ;

5 – кількість точок по товщині оболонки  $K_Z = 3$ , по коловій координаті

$K_T = 19$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), вздовж меридіану  $K_S = 121$ .

Результати обчислення при представленні шуканих функцій чотирма першими гармоніками по косинусам показали, що значення максимальних напружень і деформацій при вищезазначених варіантах відрізняється не більше ніж на 2% відповідно. Врахування двох останніх гармонік призвело до збільшення величин напружень на 10% у порівнянні

із рішенням, де шукані функції було представлено двома першими гармоніками. Тому у подальшому дослідження напружено-деформованого стану оболонки проводився для першого варіанту і рішення представлено чотирма першими гармоніками по косинусам.

Із аналізу результатів розрахунку очевидно, що зона максимальної пластичності з'являється при  $S=S_0=0$  і розподіляється приблизно на 1/4 довжини всієї оболонки, а далі оболонка деформується пружно. Максимальні напруження також з'являються на контурі  $S=S_0=0$ , причому меридіональні і колові напруження – стискаючі, а дотичні – складають приблизно до 30% від максимальних значень меридіональних напружень.

Порівняння результатів пружного і пружно-пластичного рішення показують, що врахування пластичних деформацій зменшує максимальні напруження приблизно на 40%.

На рисунках 3 й 4 наведені значення колових і тангенціальних напружень. Криві 1, 2, 3 на вище згаданих рисунках відповідають різним товщинам в межах, які вказані (5). Данні надаються у зоні максимальної пластичності. Аналіз показує, що із зміною товщини оболонки в межах (5) у порівнянні із постійною товщиною  $h=0,1$  см колові напруження на внутрішній поверхні оболонки приблизно вирівнюються і зменшуються при  $\theta=0$  на 5% і при  $\theta=\pi$  на 20% (рисунок 3, графік а), а на зовнішній поверхні ці напруження збільшуються при  $\theta=0$  і при  $\theta=\pi$  на 10% (рисунок 3, графік б). Значення меридіональних напружень зменшуються незначно приблизно на 10%, при тому, що дотичні напруження на внутрішній поверхні оболонки при  $\theta=\pi/2$  збільшуються приблизно на 40% (рисунок 4).

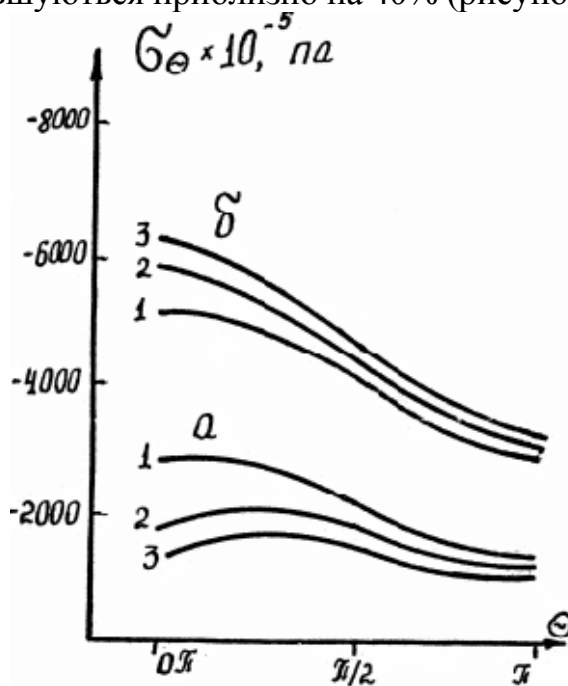


Рисунок 3

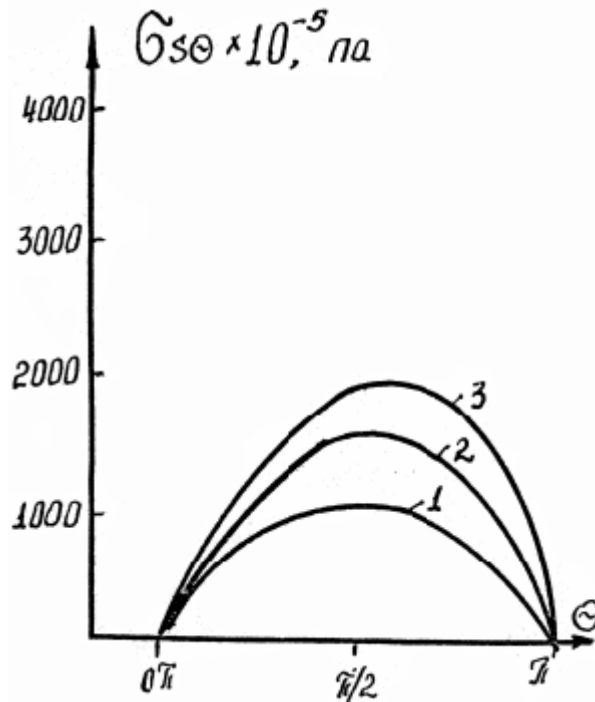


Рисунок 4

Таким чином можна зробити висновок, що зміна товщини в межах (5) призводить до значного зменшення колових напружень на внутрішній поверхні, а для зменшення меридіональних і дотичних напружень при заданому навантаженні (2) необхідно приймати інший закон розподілу товщини вздовж колової координати.

Проведені розрахунки виконувалися при заданій точності 5%.

#### Бібліографічний список

1. Годунов С. К. О численном решении краевых задач / Годунов С. К. // *Успехи математических наук.* - 1961. - №3. - вып.16. - С.171 – 174.
2. Григоренко Я. М. Изотропные и анизотропные оболочки вращения переменной жесткости. – Киев: Наук. думка, 1973. – 228с.
3. Канторович Л. В. Приближенные методы высшего анализа/ Л.В. Канторович, В.И. Крылов. - М.: Гостехтеориздат, 1950. – 696с.
4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек / Новожилов В.В. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
5. Белевцова Н.Л. Термоупруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при неосесимметричной нагрузке с учетом истории нагружения/ Н.Л. Белевцова // *Прикладная механика.* – К.: 1982.- №7.- Т.18. – С.152 – 158.
6. Белевцова Н.Л. Исследования влияния истории нагружения на напряженное состояние оболочек вращения переменной жесткости

*в двух направлениях / Н.Л. Белецова // Прикладная механика. – К.: 1986. - №4.- Т.22.– С.135 – 138.*

7. *Шевченко Ю.Н. Пространственные задачи термопластичности / Шевченко Ю.Н. – Киев: Наук. думка, 1980. – 264с.*

8. *Шевченко Ю.Н. Упругопластическое напряженное состояние незамкнутых оболочек вращения при неизотермических процессах нагружении / Ю.Н. Шевченко // Тепловые напряжения в элементах конструкций.- К.: 1976.- вып.16. - С.67 – 75.*

***Рекомендована к печати д.т.н., проф. Мочалиным Е.В.***